PAULLI FRISII

MEDIOLANENSIS

CONGR. D. PAULLI CLER. REG.

IN PISANO GYMNASIO PUBLICI PROFESSORIS,

SOCIETATIS LONDINENSIS, BONONIENSIS INSTITUTI, ET PETROPOLITANÆ, AC BEROLINENSIS SCIENTIARUM ACADEMIÆ SOCII

DISSERTATIONUM VARIARUM

Tomus Secundus,

IN QUO HABENTUR

1. De inæqualitatibus motus Planetarum omnium in orbitis circularibus, atque ellipticis Libri duo.
2. De methodo Fluxionum Geometricarum, & ejus usu in investigandis præcipuis curvarum affectionibus Dissertatio.
3. Meditationes quædam Metaphysicæ.

LUCÆ MDCCLXI.

Apud VINCENTIUM JUNCTINIUM.

Cum Approbatione.

SUMPTIBUS JOANNIS RICCOMINI.

PAULLI FRISII
PROBLEMATUM
PRÆCESSIONIS ÆQUINOCTIORUM NUTATIONIS TERRESTRIS AXIS,

ALIARUMQUE VICISSITUDINUM DIURNI MOTUS GEOMETRICA SOLUTIO,

CUJUS SPECIMEN

A REGIA BEROLINENSI SCIENTIARUM ACADEMIA
ANNO MDCCLVI.

PRÆMIUM OBTINUIT.

PRÆFATIO.

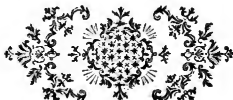
Considerantì mihi, atque animo attentius revolventi utrum diurni Telluris motus vicissitudines essent aliquæ, quo nobis modo innotescere, & qua ipsæ ex caussa proficisci possent, quod oblato præmio problema anno 1754 *primum, tum rursus anno* 1756 *a Regia Berolinensi Scientiarum, atque humaniorum litterarum Academia resolvendum proponebatur; physicis potius rationibus, quam observationibus Astronomicis dirimenda omnis quæstio visa est. Cum enim nihil aliud sit metiri, quam invenire propositæ rei rationem ad quantitatem aliam ejusdem generis, quæ assumitur pro unitate; quæcumque in medium producerentur mensuræ veteres diurni motus, quæ a mensuris ætatis nostræ discreparent, incertum semper, ac plane dubium relinquerent, utrum ipsa diurni motus celeritas, an vero terminus, ad quem, veluti ad unitatem, referebantur, mutatus sit. Porro in tota Physicarum caussarum, ac legum serie prorsus nulla deprehenditur, quæ absolutam rapiditatem circa axem a particulis terrestribus conceptam ullo umquam modo, ac tempore possit afficere: non circumfusi ætheris resistentia, quæ non nisi infinite parva esse potest, & si esset aliqua, sese in verticem conformare æther, & simul cum Terra circa Solem deberet rapi: non varia motus annui quantitas, & velocitas, quæ cum singulis particulis terrestribus sit communis, nec parallellismum axis mutare potest, nec particularum motum circa axem conceptum accelerare, aut retardare: non Solis, aut Lunæ attractio, quæ licet parallellismum axis afficiat, quantitatem diurni motus afficere non potest. Id ego cum diligentius pro argumenti elegantia, & dignitate investigassem,*

sem, paulatim ad successivas parallellismi ipsius axis vicissitudines, motum nodorum terrestris Aequatoris, & Eclipticæ, præcessionemque Aequinoctiorum examinandam progressus sum. In ea autem dissertatione, quam præmii obtinendi gratia antea dederam ad Regiam Borussicam Academiam, tertium Newtoni lemma emendare inprimis volui, quo cum quantitatem motus Terræ totius sphæroidicæ, & terræ exterius circa inscriptam sphæram redundantis inquireret maximus Geometra, exteriorem terram concepit circa æquatorem inscriptæ sphæræ ad modum annuli dispositam. Deinde cum quantitatem motus terræ interioris, exteriorisque accuratius definiissem, eam præcessionis annuæ portionem, quæ ex viribus Solis oritur, juxta Newtoni methodum, uno minuto secundo circiter cum dimidio augendam esse judicavi, eademque methodo alia problemata, quæ Newtonus minime attigerat, tentare cæpi, nutationis terrestris axis, variationisque obliquitatis Eclipticæ, quæ Sole aut Luna ab Aequatore ad Tropicos declinante haberi aebet. Cum vero dissertationem ipsam præmii honore donatam esse accepissem, & in Pisana Academia, in quam tunc temporis adscitus fueram, plus otii litterarii studiis hisce excolendis nactus essem, theoriam vicissitudinum, quæ ex diversitate attractionum a Sole, & Luna in solidas Terræ partes exercitarum oriri possunt, Geometrice exponendam, absolvendamque aggressus sum. Primo autem opus ingeniosissimum, elegantissimumque Alembertii de præcessione Aequinoctiorum, & nutatione terrestris axis singillatim examinavi, cumque subductis calculis omnibus nihil in eo desiderari ad problematis solutionem videretur, annua tamen præcessio duplo major Alembertiana, quam Newtoniana methodo prodiret; animadverti discrimen omne potissimum inde ortum ducere, quod Newtonus eamdem quantitatem motus, Alembertius vero eamdem quantitatem momentorum, quæ ex massa, velocitate, & distantia singularum particularum ab axe motus æstimantur, a terra exterius posita transire ad terram totam, conservarique intellexerit. Noster etiam Perellius, qua est in litteris omnibus, atque in rebus potissi-

tissimum Geometricis, & Astronomicis, quas publice in Academia profitetur, perspicacia, atque ingenio, jam diu adnotavit hoc vitio maxime Newtonianam solutionem problematis laborare, atque ea de re Cl. Jacquerium monuit cum de edendis Newtonianæ Philosophiæ Commentariis ageretur. Quare cum eamdem semper momentorum quantitatem in corporibus rotantibus, atque oscillantibus tueri accurate demonstrassem, & de generali, ac Geometrica solutione problematis cogitarem, deprehendi motuum compositionem, non in liberis motibus dumtaxat, sed etiam in motibus oscillatoriis habere locum, & rotationes plures ejusdem corporis, circa diversos axes conceptas, certa lege inter se uniri, atque ex omnibus unam emergere. Hoc me theorema totius theoriæ, quam modo exhibeo, fecit compotem. Primo autem agam de rotationis motibus componendis, comparandisque inter se momentis sphæroidis circa axem, aut circa diametrum Aequatoris aliquam revolutæ. Deinde inventis viribus a Sole, & Luna in solidas Terræ particulas exercitis, differam de diurni motus, & motus, qui ex attractionibus iisdem oritur, compositione. Tertio loco determinandam aggrediar ipsam præcessionem Aequinoctiorum, & variationes omnes præcessionis, quæ ex Sole oritur, & ex Luna etiam oriri posset, si in plano Eclipticæ revolveretur. Denique inquiram vicissitudines præcessionis, & obliquitatis Eclipticæ, quæ pendet ex inclinatione Lunaris orbitæ ad Eclipticam, & ex nodorum Lunarium motu. Hæc quæ facile, & breviter, quantum totius problematis natura, & indoles patitur, singula exponam, illis plane omnibus congruent, quæ Alembertius ex suo Dynamicæ principio analytice eruerat: de quo amicum honestissimum antea per litteras monere volui. Cumque æquationes aliquot occurrent ab aliis æquationibus dissentientes, quas anno 1749 in Monumentis Berolinensis Scientiarum Academiæ, & in Transactionibus Philosophicis anno 1754 clarissimi Eulerus, & Sylvabellius tradiderant, indicabo, quæ totius dissentionis caussa, & origo sit, &, ne quid ad theoriam absolvendam, illustrandamque deficiat, ostendam etiam commune

quod-

quoddam utriusque authoris supputandarum centripetarum virium principium, quod a veritate absonum cum Grandio nostro, & Geometris aliis præclarissimis esse arbitror, ab Eulero quidem correctum justam præcessionis annuæ quantitatem exhibuisse, & a Sylvabellio minime emendatum duplo minores præbuisse æquationes omnes præcessionis, nutationis axis, variationisque obliquitatis Eclipticæ. Antequam vero ulterius provehar, ipsa rei æquitas, & Philosophicus candor postulat, ut me plurimum debere fatear celeberrimo Walmeslejo, qui dissertationes suas de hoc ipso argumento elucubratas, & Transactionibus Philosophicis insertas postmodum, cum Pisis esset, pro humanitate sua mecum communicavit, & Radicato Comiti, singularis ingenii viro, & in rebus Mathematicis impense docto, quem per litteras singillatim de meis hisce studiis consului.



DE



DE VICISSITUDINIBUS DIURNI TELLURIS MOTUS.



DEFINITIO.

Quantitas momentorum alicujus corporis circa axem aliquem oscillantis est summa factorum omnium ex massa singularum particularum, vi acceleratrice, & distantia ab axe motus.

Observatio Prima.

Media præcessio annua Æquinoctiorum, sive regressus intersectionum Æquatoris cum plano Eclipticæ statui potest cum Cl. Caillio 50. 3". Vide Astronomiæ fundamenta *pag.* 6.

Observatio Secunda.

Nodi etiam Lunaris orbitæ cum plano Eclipticæ moventur contra ordinem signorum, & spatio annorum 18, ac 7 mensium revolutionem integram absolvunt.

Ob-

Observatio Tertia.

Nutatio terreſtris axis eadem, qua Lunarium nodorum motus, periodo complectitur. Cl. Bradlejus cum nutationem maximam 18" primum ſtatuiſſet, aliis poſtmodum obſervationibus diligentius repetitis 19" eſſe voluit.

Observatio Quarta.

Media inclinatio Eclipticæ, & Æquatoris cenſeri poteſt 23° 28' 19", ut eam reperit die prima Januarii anno 1750 diligentiſſimus Caillius. Decreſcere videtur 0. 44" annis ſingulis.

Observatio Quinta.

Inclinatio media Lunaris orbitæ ad Eclipticam eſt circiter 5° $8\frac{1}{2}'$. Colligitur id ex Pariſienſibus Ephemeridibus, comparando in ſingulis Lunationibus maximas latitudines Lunæ inter ſe invicem, & mediam latitudinem accipiendo.

POSTULATUM.

Figuram Telluris noſtræ quam proxime ſphæroidem eſſe circa Polos compreſſam, elatamque circa Æquatorem, & differentiam axis Terræ, & diametri Æquatoris ita eſſe exiguam ut poſſint negligi quadraticæ, & pluſquam quadraticæ differentiæ ipſius poteſtates.

Lemma Primum.

Attractione Solis, & Lunæ diurnus Telluris motus neque accelerari, neque retardari poterit.

Quicumque enim ſit locus Luminarium, ſi per centrum alterutrius, & axem Terræ planum aliquod traducatur, ſecabi-

cabitur Terra in duas hemifphæroides; orientalem, occidentalemque, inter fe æquales, & fimiles, fimiliterque refpectu Solis, aut Lunæ pofitas. Hoc dato intelligitur facile duas partes æque, ac fimiliter in adverfas plagas debere impelli, ut quantum pars Orientalis urgetur Occidentem verfus, tantumdem Occidentalis Orientem verfus urgeatur. Itaque ex mutuis Solis, aut Lunæ viribus diurnus Telluris motus non poterit accelerari, aut retardari.

Lemma Secundum.

Iifdem tamen viribus efficietur ut axis Terræ locum fuum mutet, & ad varia cœli puncta dirigatur.

Nam fi per Solis, aut Lunæ centrum, ac centrum Terræ ducatur planum, quod circulum declinationis fecet ad perpendiculum, dividetur terra in duas alias hemifphæroides, Auftralem, & Borealem, inter fe quidem fimiles, fed quæ Luminaribus ab Æquatore hinc inde digredientibus diffimiliter erunt pofitæ, & diffimilibus viribus afficientur. Hac virium diffimilitudine, & varia pofitione partium efficietur ut quæ circa Æquatorem Terræ redundat materia exterior modo ad Auftrum, & modo ad Boream nutet, ac diurnæ revolutionis axem modo huc, modo illuc dirigat.

Lemma Tertium.

Ita vero binis motibus terra afficietur, diurno quidem invariabili, & altero nutationis axis, qui Luminaribus ab Æquatore ad Tropicos declinantibus augebitur.

Cum enim mutuæ attractrices vires, dato quolibet Solis, aut Lunæ loco diurnum Telluris motum minime afficiant, pofitionis diffimilitudo in Auftrali, & Boreali hemifphæroide eo major erit quo magis ab Æquatore declinabunt duo Luminaria. Proinde pofita majore declinatione major erit differentia virium a Sole, & Luna in redundantem, & exteriorem terram exercitarum, & major motus, & inclinatio terreftris axis. Ut vero hi bini Telluris motus rite componantur

inter ſe invicem, repetenda altius res omnis, & quadrifariam dividenda tractatio, & primo de rotatione corporum generatim agendum eſt.

PARS PRIMA.

De motu & momento corporum rotantium, & motuum, ac momentorum compoſitione.

Propositio Prima.

Quantitas motus ſphæræ circa diametrum quamlibet revolutæ eſt in ratione ſimplici vis acceleratricis puncti cujuslibet Æquatoris, & in ratione triplicata radii: Quantitas autem momenti eſt in ratione eadem vis acceleratricis, & in ratione radii quadruplicata.

Demonstratio.

Pars prior. Rotetur ſphæra circa diametrum AB, *fig.* 1., & radius ſphæræ TA ſit $= a$, vis acceleratrix puncti $H = \omega$, vis acceleratrix alterius puncti cujuſcumque $M = \frac{XM . \omega}{a}$, quantitas motus in circulari arcu $Mm = \frac{XM . Mm . \omega}{a} = \frac{TM . Xx . \omega}{a}$. Si radius ad peripheriam ſe habeat ut $1 : p$, erit motus zonæ circularis, quæ revolutione arcus Mm circa axem gignitur $= \frac{p \omega}{a} TM . XM . Xx$, & motus totius ſuperficiei ſphæricæ radio TM deſcriptæ $= \frac{p^2 \omega . TM^3.}{4a}$, & motus integræ ſphæræ $= \frac{1}{16} p^2 \omega a^3$, proportionalis ſcilicet vi acceleratrici, & cubo radii. *Q. E.* 1.^{m}.

Pars

Pars altera. Momentum puncti N erit $= \frac{XN^2 . \omega}{a}$, momentum peripheriæ radio XN descriptæ $= \frac{\rho . XN^3 . \omega}{a}$, momentum totius circuli $= \frac{\rho . XN^4 . \omega}{4a}$, momentum segmenti sphærici, quod revolutione spatii $XNnx$ gignitur $= \frac{\rho\omega}{4a}(TN^4 . Xx - 2TN^2 . TX^2 . Xx + TX^4 . Xx)$, & summa momentorum omnium, sive momentum segmenti sphærici altitudinis $TX = \frac{\rho\omega}{4a}(TN^4 . TX - \frac{2}{3}TN^2 . TX^3 + \frac{1}{5}TX^5)$, momentum hemisphærii $= \frac{2}{15} \rho\omega a^4$, momentum sphæræ integræ $= \frac{4}{15} \rho\omega a^4$, proportionale scilicet simplici vi acceleratrici, & quadrato-quadrato radii. *Q. E.* alterum.

COROLLARIUM.

Si vis acceleratrix proportionalis sit radio sphæræ, erit quantitas motus $\frac{1}{16} \rho^2 a^4$, & quantitas momenti $\frac{4}{15} \rho a^5$. Est $\frac{2}{3} \rho a^3$ massa totius sphæræ. Itaque si hæc massa vocetur M, erit per momentum omne $\frac{2}{5} M a^2$.

PROPOSITIO SECUNDA.

Si annulus solidus Æquatorem sphæræ circumambiat, & circa diametrum Æquatoris aliquam simul cum sphæra revolvatur; erit quantitas motus sphæræ ad quantitatem motus totius annuli in ratione materiæ in sphæra ad materiam in annulo, & ratione trium quadratorum ex arcu quadrantali circuli cujuscumque ad duo quadrata ex diametro.

Demonstratio.

Nam si sit N quantitas materiæ per totum annulum AHB uniformiter distributæ, erit $\frac{N.Nn}{pa}$ quantitas materiæ in elemento quovis Nn, & elementum quantitatis motus erit $= \frac{N.XN.Nn.\omega}{pa^2} = \frac{N.Xx.\omega}{pa}$, motus quadrantis $= \frac{N.\omega}{p}$, & motus totius annuli $= \frac{4N.\omega}{p}$. Est vero per primam partem antecedentis propositionis quantitas motus totius sphæræ $= \frac{1}{16} p^2 a^3 \omega$. Igitur motus annuli est ad motum inscriptæ sphæræ ut $N : \frac{1}{16} p^2 a^3 = 8N : \frac{2}{3} p a^3 . \frac{3}{16} p^2$, in ratione scilicet, quæ componitur ex ratione quantitatis N materiæ in annulo ad quantitatem $\frac{2}{3} p a^3$ materiæ in sphæra, & ratione duorum quadratorum ex diametro 2 ad tria quadrata $\frac{3}{16} p^2$ ex quadrante $\frac{1}{4} p$. $Q.E.D.$

Corollarium Primum.

Quia diameter est ad peripheriam ut 10000: 31415, numeris hisce in specierum locum subrogatis, erit quantitas motus in globo incluso ad quantitatem motus in solo annulo in ratione quantitatis materiæ in globo, & annulo, ac numerorum 1000000, & 925275.

Corollarium Secundum.

Si semiaxis major sphæroidis circa Polos compressæ sit $= A$, semiaxis minor $= a$, differentia semiaxium $= \phi a$, differentia sphæræ, & ac sphæroidis ad inscriptam sphæram se habebit ut $A^2 - a^2 : a^2$. Quare si materies exterior ad annulum solidum reduceretur, sphæræ Æquatori circumpositum, & circa eamdem diametrum revolutum, esset annuli motus ad motum sphæræ ut 1000000 $(A^2 - a^2)$: 925275 a^2.

Pro-

PROPOSITIO TERTIA.

Momentum ſphæræ eſt ad momentum annuli Æquatorem ſphæræ circumambientis, & circa diametrum Æquatoris aliquàm revoluti ut quadruplum materiæ in ſphæra ad quintuplum materiæ in annulo: Ad momentum vero annuli revoluti circa axem Æquatoris ſe habet ut duplum materiæ in ſphæra ad quintuplum materiæ in annulo.

DEMONSTRATIO.

Pars prior. Manentibus cæteris ut ſupra erit momentum circularis arcus $Nn = \frac{N.XN^2.Nn.\omega}{pa^2} = \frac{N.XN.Xx.\omega}{pa}$, momentum quadrantis $= \frac{N.\omega.}{pa} \frac{1}{8} pa^2 = \frac{1}{8} Na\omega$, & momentum totius annuli $= \frac{1}{2} Na\omega$. Quare per partem alteram propoſitionis primæ erit momentum ſphæræ ad momentum annuli ut $\frac{4}{15} pa^4 \omega : \frac{1}{2} Na\omega = \frac{2}{3} pa^3 . 4 : 5 N$, ſive ut quadruplum materiæ in ſphæra ad quintuplum materiæ in annulo. *Q. E.* 1.^m.

Pars altera. Si annulus non circa diametrum Æquatoris, ſed circa axem, qui diametris omnibus perpendicularis in centro eſt, revolvatur, erit ipſius momentum $= Na\omega$, adeoque momentum ſphæræ ad momentum annuli ſe habebit ut duplum materiæ in ſphæra ad quintuplum materiæ in annulo. *Q. E.* alterum.

COROLLARIUM.

Quia ſoliditas ſphæræ inſcriptæ ad differentiam ſphæræ & ſphæroidis ſe habet ut $1 : 2\phi$, adeoque eſt $\frac{4}{3} p\phi a^3$ materiæ quantitas, qua ſphærois ſphæram inſcriptam ſuperat,

ſi hæc

si hæc omnis materia, ut supra, ad solidum Æquatoris annulum reducatur, erit momentum sphæræ ad momentum annuli circa Æquatoris diametrum revoluti ut $\frac{8}{3} p a^3$: $\frac{20}{3} p \varphi a^3 = 2 a : 5 \varphi a$, ad momentum vero annuli revoluti circa axem ut $a : 5 \varphi a$. Momenta annuli in casu utroque erunt ut $1 : 2$.

Propositio Quarta.

Si sphærois circa Polos compressa ad sphæram proxime accedat, & circa diametrum Æquatoris aliquam revolvatur; erit quantitas motus totius sphæroidis ad quantitatem motus inscriptæ sphæræ in ratione subquintuplicata semiaxis majoris sphæroidis ad minorem.

Demonstratio.

Ductis planis quibuslibet diametro Æquatoris, qui est axis motus, perpendicularibus, dividetur sphærois in totidem ellipses similes, & sphæra circumscripta in totidem circulos, quorum radii æquales erunt semiaxibus majoribus ellipsium, & ad minores semiaxes se habebunt ut $A : a$. Tum, ob affinitatem sphæræ, & sphæroidis, quantitas motus in singulis ellipsibus æqualis erit quantitati motus in circulis ejusdem areæ, seu quorum radii ad radios circulorum, qui in circumscripta sphæra secari possunt, se habeant ut $\sqrt{Aa}$: A: Nam si ex ellipsi, & circulo ejusdem areæ dematur quod commune est, spatiorum superstitum latitudo exigua erit, & ejus latitudinis puncta omnia censeri poterunt distantiam a centro motus, velocitatemque habere æqualem. Rursus quantitates motus in circulis sunt in ratione simplici celeritatis, qua peripheria circa centrum revolvitur, & ratione radiorum duplicata, aut in ratione radiorum triplicata si celeritas proportionalis sit radiis, & motus angularis sit idem. Itaque quantitas motus in singulis ellipsibus erit ad quanti-

ta-

tatem motus in circulis ut supra sectis, sive quantitas motus totius sphæroidis erit ad quantitatem motus in sphæra circumscripta ut $a^{\frac{3}{2}} : A^{\frac{3}{2}}$. Sunt vero quantitates motus in circumscripta, & inscripta sphæra ut $A^4 : a^4$ per *Cor. Prop.* 1. Itaque quantitas motus sphæroidis erit ad quantitatem motus inscriptæ sphæræ ut $A^{\frac{5}{2}} : a^{\frac{5}{2}}$. *Q. E. D.*

COROLLARIUM PRIMUM.

Et erit quantitas motus totius sphæroidis ad quantitatem motus sphæroidis, & sphæræ inscriptæ $= A^{\frac{5}{2}} : A^{\frac{5}{2}} - a^{\frac{5}{2}}$ $= \overline{a+\varphi a}^{\frac{5}{2}} : \overline{a+\varphi a}^{\frac{5}{2}} - a^{\frac{5}{2}} = a + \varphi i : a + \varphi a - \frac{a^{\frac{5}{2}}}{(a+\varphi a)^{\frac{3}{2}}} = a + \varphi a : \frac{5}{2}\varphi a = 2A : 5\varphi a$. Quod est theorema a Cl. Walmeslejo diversa methodo exhibitum.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Ex sola terminorum $2A : 5\varphi a$, & $925275a^2 : 1000000(A^2 - a^2) = 925275a^2 : 2000000\varphi a^2$ collatione patet non eamdem esse rationem motus materiæ interioris, exteriorisque, sive exterior materia consistat in locis suis, sive ad solidum Æquatoris annulum reducatur. Differentia tamen omnis exigua erit, neque adeo a vera differet ea ratio motuum, quam, Newtonus *Lem.* 3. *lib.* 3. *Princip.* determinaverat.

PROPOSITIO QUINTA.

Momentum totius sphæroidis est ad momentum inscriptæ sphæræ in ratione quadruplicata semiaxium, si sphærois re-

revolvatur circa axem: si vero revolvatur circa aliquam diametrum Æquatoris, atque accedat proxime ad sphæram, erit in ratione semiaxium triplicata.

DEMONSTRATIO.

Pars prior. Ductis planis quibuslibet axi sphæroidis perpendicularibus, in primo casu, erunt momenta circulorum, qui in sphæroide, & sphæra inscripta secari possunt in ratione radiorum quadruplicata, sive in constanti ratione $A^4 : a^4$. Quare momentum totius sphæroidis erit ad momentum inscriptæ sphæræ in ratione quadruplicata semiaxis majoris ad minorem. *Q. E. 1.m.*

Pars altera. Quod si vero ducantur quotcumque plana diametro Æquatoris perpendicularia, & sphærois insuper ad sphæram proxime accedat, erunt momenta sectionum omnium sphæroidis, & sphæræ circumscriptæ in constanti ratione $a^2 : A^2$. Sunt vero momenta sphæræ circumscriptæ, & sphæræ inscriptæ ut $A^5 : a^5$. Itaque erit momentum sphæroidis ad momentum inscriptæ sphæræ ut $A^3 : a^3$, sive in ratione triplicata semiaxium. *Q. E. D.*

COROLLARIUM PRIMUM.

Differentia momentorum sphæræ, & sphæroidis circa axem suum revolutæ erit ad momentum totius sphæroidis ut $A - a^4 : A^4 = 4\varphi a : A$. Quod si sphærois revolvatur circa aliquam Æquatoris diametrum, erit differentia momentorum ad momentum sphæroidis ut $3\varphi a : A$. Duæ vero differentiæ inter se erunt ut $4 : 3$.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Si vis acceleratrix in Æquatore sphæræ inscriptæ sit $= \frac{a\,u}{A}$, adeoque momentum sphæræ $= \frac{4pa^5u}{15A}$; erit momentum sphæroidis revolutæ circa axem figuræ $= \frac{4}{15}pA^3au$, & momen-

mentum ſphæroidis circa diametrum Æquatoris aliquam revolutæ $= \frac{4}{15} p A^2 a^2 \omega$.

COROLLARIUM TERTIUM.

Differentia momentorum ſphæræ, & ſphæroidis revolutæ circa axem erit $= \frac{4 p a \omega}{15 A} (A^4 - a^4) = \frac{16 p \phi a^5 \omega}{15 A}$. Erit autem momentorum ſphæræ, & ſphæroidis circa diametrum Æquatoris revolutæ differentia $= \frac{12 p \varphi a^5 \omega}{15 A}$.

PROPOSITIO SEXTA.

Si corpori cuicumque imprimatur vis aliqua, qua circa datum axem rotari incipiat; quantitas momentorum in particulis ſingulis oſcillantibus æquabitur ſemper momento vis impreſſæ.

DEMONSTRATIO.

Sit centrum rotationis O, *fig.* 2., & momentum vis impreſſæ æquetur momento $M.AO.v$ corporis M in locum A cum velocitate v impingentis. Tum per puncta omnia A, B, C, D &c. rectæ AO ductis rectis quibuslibet rotationis axi parallelis, particulæ ſingulæ in ſtratis cylindricis diſpoſitæ, quæ rectarum ſingularum revolutione circa axem ipſum deſcribi poſſent, conſiderentur veluti ſi eſſent in locis A, B, C, D &c. ad æquales ab axe diſtantias conſtitutæ, & ſumma particularum omnium ſit A, B, C, D &c. Manifeſtum eſt, quod Johannes Bernoullius demonſtravit in Propoſitionibus Mechanico-Dynamicis art. VII., eamdem vim acceleratricem angularem particulis ſingulis impreſſam iri, quæ a corpore M unico corpori $\frac{AO^2.A + BO^2.B + CO^2C. + DO^2.D \text{ \&c.}}{AC^2}$ in loco A conſtituto imprimeretur. Jam vero ſi corpus huj-

jusmodi a corpore M impelleretur in loco A, esset communis velocitas post ictum $= \frac{M.v}{\frac{AO^2.A+BO^2.B+CO^2.C+DO^2.D \text{ \&c.}}{AO^2}}$

$= \frac{AO^2.M.v}{AO^2.A+BO^2.B+CO^2.C+DO^2.D \text{ \&c.}}$ quæ etiam esset velocitas particularum omnium A. Hoc autem dato velocitas absoluta particularum omnium B evaderet $=$

$\frac{AO.BO.M.v}{AB^2.A+BO^2.B+CO^2.C+DO^2.D \text{ \&c.}}$, & velocitas particularum C, & $D = \frac{AO.CO.M.v+AO.DO.M.v}{AO^2.A+BO^2.B+CO^2.C+DO^2.D \text{ \&c.}}$,

& summa velocitatum omnium $=$

$$\frac{AO^2.M.v+AO.BO.M.v+AO.CO.M.v+AO.DO.M.v}{AO^2.A+BO^2.A+CO^2.C+DO^2.D \text{ \&c.}}$$

& summa omnium momentorum $=$

$$= \frac{AO.3M.A.v+AO.BO^2.M.B.v+AO.CO^2.M.C.v+AO.DO^2.M.D.v}{AO^2.A+BO^2.B+CO^2.C+DO^2.D \text{ \&c.}}$$

$= M.AO.v$, ut erat antea. *Q. E. D.*

COROLLARIUM PRIMUM.

Alia igitur in corporibus libere sibi occurrentibus, alia in corporibus circa axem rotantibus, aut oscillantibus lex erit, ut cum illa ante, & post ictum eamdem quantitatem motus tueantur, eamdem hæc tueantur semper quantitatem momentorum: Neque enim esse potest

$$\frac{AO^2.M.A.v+AO.BO.M.B.v+AO.CO.M.C.v+AO.DO.M.D.v}{AO^2.A+BO^2.B+CO^2.C+DO^2.D \text{ \&c.}}$$

$= M.v$, nisi sit $AO = BO = CO$ &c.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Si binæ, aut plures vires, quæ datos angulos suis directionibus efficiant, imprimantur simul in puncto A, & quæratur vis

vis, quæ ex iis viribus omnibus componitur, momentum vis compositæ æquabitur semper momento singularum particularum circa centrum rotationis O abreptarum: Et quia vis, quæ ex viribus omnibus componitur minime æquatur summæ virium componentium; summa momentorum omnium, quæ ex viribus singillatim impressis orirentur, in communicatione motus eadem non tuebitur.

PROPOSITIO SEPTIMA.

Si corpus aliquod revolvatur circa axem, & sit OFG, *fig.* 3., quælibet sectio, plano per axem transeunte facta, & perpendicularis axi in puncto O, ac circa OF compleatur rectangulum $FQOR$; dico quod rotationis velocitas in puncto F æquivalebit duabus velocitatibus punctorum Q, & R.

DEMONSTRATIO.

Esto ds angulus, quem punctum quodcumque aliud ab axe motus quantitate A dissitum elemento temporis dt absoluit, adeoque sit Ads arcus eodem tempore descriptus, & $\frac{Ads}{dt}$ velocitas. Erit $\frac{OF.ds}{dt}$ velocitas puncti F secundum rectam FV rectæ OF perpendicularem. Hæc vero in duas alias secundum FR, RV resolvi poterit: Et erit velocitas secundum FR concepta $= \frac{FR.OF.ds}{FV.dt} = \frac{OR.OF.ds}{OF.dt} = \frac{OR.ds}{dt}$, æqualis scilicet velocitati puncti R. Erit etiam velocitas secundum rectam rectæ RV parallellam $= \frac{RV.OF.ds}{FV.dt} = \frac{FR.ds}{dt} = \frac{OQ.ds}{dt}$, æqualis pariter velocitati, qua punctum Q circa axem volvitur. *Q. E. D.*

Corollarium.

Si eidem corpori duo rotationis motus circa duos axes Hh, Zz, *fig.* 4., impreſſi ſint, & ſit $\frac{A ds}{dt}$ velocitas puncti alicujus in communi ſectione duorum Æquatorum poſiti, & a centro diſtiti quantitate A, circa priorem axem Hh concepta, ω vero ſit vis acceleratrix, & ωdt velocitas ejuſdem puncti circa axem alterum Zz: tum etiam ex puncto F ad libitum aſſumpto in planum duorum axium $HZhz$ demittatur perpendiculum FR, & ex R in Hh, Zz duo alia perpendicula RO, RB; velocitates duæ puncti F circa axes Hh, Zz quatuor aliis æquivalebunt, quarum binæ directionem habeant plano $HZhz$ perpendicularem, & ſint æquales velocitatibus binis puncti R circa axes ipſos, duæ autem aliæ directiones habeant RO, BR, & ſint $\frac{FR \,.\, ds}{dt}$, & $\frac{FR \,.\, \omega dt}{A}$.

Propositio Octava.

Iiſdem poſitis dico quod duæ rotationis velocitates ſe deſtruent in recta aliqua Mm, quæ ſit in plano duorum axium, & ad axes ipſos ita inclinetur, ut ſinus anguli MTH ad ſinum anguli MTZ ſe habeat ſicuti velocitas ωdt ad velocitatem $\frac{A ds}{dt}$.

Demonstratio.

Pars prior ex eo facile colligitur, quod cum velocitates conceptæ circa axes Hh, Zz ſint proportionales diſtantiæ ab ipſis axibus, deſtruere ſe invicem non poſſunt, niſi opponantur: opponuntur autem in plano $HZhz$, quod per utrumque axem traducitur.

Pars

Pars altera. In eodem plano accipiatur punctum quodcumque M, & sint $\frac{MN \cdot ds}{dt}$, & $\frac{ML \cdot \omega dt}{A}$ velocitates puncti circa duos axes Hh, Zz. Quo in loco velocitates duæ sibi invicem oppositæ se destruent erit $\frac{MN \cdot ds}{dt} = \frac{ML \cdot \omega dt}{A}$. Et quia ratio $MN : ML$ in tota recta Mm constans est, in ea recta velocitates duæ se destruent, quæ jaceat in plano duorum axium, & ab axibus declinet angulis MTH, MTZ, quorum sinus MN, ML sint proportionales velocitatibus ωdt, & $\frac{A ds}{dt}$. Quod erat alterum.

COROLLARIUM PRIMUM.

Si angulus HTZ, quo bini priores axes se interfecant, sit rectus, etiam angulus LMN rectus erit, & $\frac{MN}{ML} = \frac{\omega dt^2}{A ds}$ evadet tangens anguli MTH: scilicet tangens deviationis axis Mm ab axe Hh erit quarta proportionalis ad $\frac{A ds}{dt}$, ωdt, & sinum totum.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Si bini motus rotationis sphæroidi oblatæ simul imprimantur circa axem figuræ, & diametrum Æquatoris aliquam, & sit $\frac{A ds}{dt}$ velocitas maxima circa axem, & ωdt velocitas circa diametrum, & momentum particularum omnium circa diametrum vi acceleratrice ω abreptarum vocetur S; erit, per *Coroll.* 2. *Propos.* 5., $\frac{4}{15} p A^2 a^2 \omega = S$, & inde eruetur $= \frac{15 S}{4p A^2 a^2}$, & $\frac{MN}{ML} = \frac{15 S dt^2}{4p A^3 a^2 ds}$.

Co-

COROLLARIUM TERTIUM.

Eſt vero ſoliditas ſphæroidis $= \frac{2}{3} p A^2 a$. Quare ſi hæc ſoliditas vocetur M, emerget $\frac{MN}{ML} = \frac{5 S d t^2}{2 M . A a d s}$, & ſi ſphærois ad ſphæram proxime accedat, & ſit proxime $A = a$ evadet tangens anguli $MTH = \frac{5 S d t^2}{2 M a^2 d s}$.

PROPOSITIO NONA.

Duco inſuper velocitates in punctis omnibus plani $HZbz$ compoſitas eſſe proportionales diſtantiis a recta Mm.

DEMONSTRATIO.

Ducantur enim RA, RO perpendiculares rectis TM, TH, & RO producatur uſque ad TG perpendicularem rectæ Zz. Sit PQ parallella TG, RV parallella Zz, & jungatur QO. Erunt $\frac{RO . ds}{dt}$, & $\frac{RB . \omega dt}{A}$ velocitates puncti R circa axes Hb, Zz, & differentia velocitatum $\frac{A . RO . ds - RB . \omega dt^2}{A dt}$. Eſt autem $ds = \frac{ML . \omega dt^2}{A . MN} = \frac{PQ . \omega dt^2}{A . PO}$. Itaque erit eadem differentia $= \frac{\frac{RO . PQ}{PO} . \omega dt^2 - RB . \omega dt^2}{A dt}$ $= \frac{\frac{\overline{[illegible] + PO}}{PO} . \overline{RB + PV} . \omega dt^2 - RB . \omega dt^2}{A dt} =$ $\frac{\overline{RP . PQ + PO . PV} . \omega dt}{A . PO}$. Eſt rurſus $RP = \frac{TP . RA}{TO} = \frac{TM . RA}{TN}$, & $\frac{PQ}{PO} = \frac{ML}{MN}$. Denique, ob angulum RPV æqua-

qualem angulo TKO, erit $PV = \frac{RP \,.\, OK}{TK} = \frac{OK.TM.RA}{TK.TN}$. Evadet igitur duarum velocitatum differentia $= \frac{TM \,.\, ML}{A.TN.MN} + \frac{OK \,.\, TM}{A.TK.TN} \,.\, RA \,.\, \omega dt$, scilicet ob constantes TM, ML, TN, MN, & datam rationem $\frac{OK}{TK}$ proportionalis erit distantiæ RA a recta Mm. *Q. E. D.*

COROLLARIUM.

Si angulus HTZ sit rectus erit $ML = TN$, & $OK = 0$, & fiet eadem differentia $= \frac{TM \,.\, RA \,.\, \omega dt}{A.MN} = \frac{RA}{A} \,.\, \sqrt{\left(\omega^2 dt^2 + \frac{A^2 ds^2}{dt^2}\right)}$: quia scilicet est $TM = \sqrt{(MN^2 + ML^2)} = \frac{MN}{\omega dt} \,.\, \sqrt{\left(\omega^2 dt^2 + \frac{A^2 ds^2}{dt^2}\right)}$.

PROPOSITIO DECIMA.

Si corpori cuicumque bini motus impressi sint, quorum uno circa axem Hh, altero circa Zz revolvi incipiat; dico quod compositis motibus circa axem Mm corpus revolvetur.

DEMONSTRATIO.

Per Corollarium *Propos.* 7., velocitates duæ puncti F circa axes Hh, Zz in quatuor alias resolvi poterunt, quarum priores duæ æquales erunt duabus velocitatibus puncti R circa eosdem axes, adeoque per antecedentem Propositionem component velocitatem $\frac{TM.ML}{A.TN.MN} + \frac{OK.TM}{A.TK.TN} \,.\, RA \,.\, \omega dt$. Duæ vero aliæ velocitates $\frac{FR \,.\, ds}{dt}$, $\frac{FR \,.\, \omega dt}{A}$ directiones habebunt RO, BR, & inter se erunt ut $\frac{Ads}{dt} : \omega dt = ML : MN = PQ$

$= PQ : PO$. Porro si ducatur AC parallella rectæ BR, erit angulus ACR æqualis angulo OPQ. Tum quia anguli PQT, TOP recti sunt, circulus qui transit per puncta P, Q, T, transibit etiam per punctum O, æqualesque erunt anguli PQO, PTO eidem chordæ PO insistentes, & similia erunt triangula OPQ, ACR, & erit $PQ : PO = RC : CA$. Duæ igitur velocitates, quæ directiones habent RO, BR component velocitatem proportionalem rectæ FR in directione RA. Hæc autem cum velocitate $\overline{\frac{TM.ML}{A.TN.MN} + \frac{OK.TM}{A.TK.TN}}.RA.ndt$ componet velocitatem, quæ directione sua perpendicularis erit rectæ FA, & quantitate ipsi FA proportionalis. Velocitas igitur, quæ in puncto F ex velocitatibus omnibus componitur proportionalis erit distantiæ a recta Mm, & puncta omnia uno angulari motu circa axem Mm revolventur. *Q. E. D.*

Corollarium.

Patet igitur sine ulla partium dissociatione non in sphæroide solum, & sphæra, sed in alio etiam quocumque corpore binos motus rotationis in motum unum componi, eadem prorsus ratione, qua duæ vires duobus lateribus parallellogrammi alicujus expressæ tertiam vim componunt, quæ diagonali exprimitur. Et quo modo ex pluribus viribus unica semper consurgit; ita si tres, quatuor, aut plures etiam rotationis motus imprimantur circa idem centrum, unicus rotationis motus circa axem positione datum exorietur.

SCHOLION.

Si aut idem semper maneret axis figuræ, & rotationis, aut bini rotationis motus non nisi post finitum quodcumque tempus inter se invicem componerentur, componi utique sine aliqua dissociatione partium, & totius corporis solutione nequaquam possent. Verum quia bini motus rotationis singulis temporis instantibus componi debent: primo novus a-

xis

xis compositi motus orietur: secundo instantaneus axis rotationis ex datis duarum rotationum velocitatibus determinabitur: tertio elisis illis portionibus velocitatum, quæ sibi invicem opponuntur, velocitas in particulis singulis residua proportionalis erit distantiæ ab axe motus, & directione sua erit rectæ ad axem ductæ perpendicularis: quibus positis intelligitur facile sine partium disgregatione binos motus componi posse. Ita igitur satis superque posterioribus hisce Theorematis stabilivimus quod theoriæ præcessionis Æquinoctiorum, nutationis terrestris axis, & variationis obliquitatis Eclipticæ fundamentum, ac basis erit. Prioribus etiam theorematis definivimus veram rationem motuum, & momentorum sphæræ, & sphæroidis circa axem, aut circa aliquam Æquatoris diametrum revolutæ. Sexta autem propositione demostravimus in corporibus oscillantibus, ac rotantibus non eamdem quidem quantitatem motus, sed eamdem quantitatem momentorum conservari. Quod licet a Newtono negatum sit, qui in *Prop.* 39. *Lib.* 3. *Princip. Mathem.* eamdem semper quantitatem motus tueri statuit; manifestum est tamen conservationem motus non nisi in corporibus liberis habere locum. En casum simplicissimum. Corpus A virga inflexili AC alligatum, *fig.* 5., circa immobile punctum C oscilletur, & corpus aliud B in motum agat. Sit v velocitas, qua primum oscillari incipit corpus A, & u velocitas, quam in corpus B agendo amittit, adeoque velocitas residua $v-u$. Erit vis tota, qua in corpus B aget $=$ $\frac{A\,.\,AC\,.\,u}{BC}$, & velocitas a corpore B acquisita $= \frac{A\,.\,AC\,.\,u}{B\,.\,BC}$. Quia vero corpora A, & B eadem virga inflexili AC alligata, post communicationem motus, eadem etiam velocitate angulari moveri debent, erit $v - u : \frac{A\,.\,AC\,.\,u}{B\,.\,BC} = AC : BC$. Inde vero eruetur $u = \frac{B\,.\,BC^2\,.\,v}{A\,.\,AC^2 + B\,.\,BC^2}$, & $v - u = \frac{A\,.\,AC^2\,.\,v}{A\,.\,AC^2 + B\,.\,BC^2}$, adeoque summa momentorum post ictum

erit $= \frac{A^2 . AC^2 . v}{A . AC^2 + B . BC^2} + \frac{A . B . AC . BC . u}{B . BC} =$
$\frac{A^2 . AC^3 . v + A . B . AC . BC^2 . v}{A . AC^2 + B . BC^2} = A . AC . v$. Quantitas
autem motus erit post ictum $= A . \overline{v - u} + \frac{B . A . AC . u}{B . BC}$
$= \frac{A^2 . AC^2 . v + B . A . AC . BC . v}{A . AC^2 + B . BC^2}$.

PARS ALTERA.

De momento virium a Sole, & Luna in exteriorem terram exercitarum.

Propositio Undecima.

Si sit $APBp$ *fig. 6.*, circulus declinationis Solis, ATB Æquator, Pp axis Terræ, & Qq planum, cui recta ST a centro Solis ad centrum Terræ ducta normaliter insistit; momentum particulæ A, quæ est in intersectione Æquatoris, & circuli declinationis, ad Terram circa centrum volvendam, erit in ratione directa simplici sinus, & cosinus declinationis Solis, & reciproca triplicata distantiæ ST.

Demonstratio.

Si vis, qua in Solem trahitur centrum T, sit $= \frac{S}{ST^2}$, erit vis particulæ A in directione $SA = \frac{S}{SA^2}$, & vis, quæ secundum directionem ST impendetur $= \frac{S . ST}{SA^3}$. Ex A in ST ducatur perpendiculum AF. Quia ob maximam Solis distantiam recta SA proxime æqualis censeri potest rectæ $ST - FT$, & possunt negligi altiores ipsius FT potestates;

tes; erit differentia virium in directione ST trahentium $= S \cdot ST \left(\frac{1}{SA^3} - \frac{1}{ST^3}\right) = S \cdot ST \left(\frac{1}{ST^3 - 3ST^2 \cdot FT} - \frac{1}{ST^3}\right) \doteq \frac{3S \cdot FT}{ST^3}$. Jam vero si angulus STA, quo Sol declinat ab Æquatore, vocetur V, & radius Æquatoris sit $= A$; erit $FT = A \cdot Cos. V$, $AF = A \cdot Sin. V$, vis qua particula A secundum directionem ST distrahitur a centro $T = \frac{3S \cdot A \cdot Cos. V}{ST^3}$, & ea vis hujus portio, quæ perpendicularis est Æquatori $= \frac{3S \cdot A \cdot Cos. V}{ST^3} \cdot \frac{AF}{AT} = \frac{3S \cdot A \cdot Sin. V \cdot Cos. V}{ST^3}$, ac denique momentum ejusdem vis ad terram totam circa centrum volvendam erit $= \frac{3S \cdot A^2 \cdot Sin. V \cdot Cos. V}{ST^3}$. *Q. E. D.*

COROLLARIUM.

Si minor semiaxis terræ vocetur a, & sit $A - a = \varphi a$, erit materiæ quantitas in tota terra circa inscriptam sphæram redundans $= \frac{4}{3} p \varphi a^3$, & momentum particularum totidem in loco A constitutarum erit $= \frac{3S \cdot Sin. V \cdot Cos. V}{ST^3} \cdot \frac{4}{3} p \varphi a^3 A^2$, aut si terra quamproxime ad figuram sphæricam accedat, erit $= \frac{3S \cdot Sin. V \cdot Cos. V}{ST^3} \cdot \frac{4}{3} p \varphi a^5$.

PROPOSITIO DUODECIMA.

Si sit $ANBn$, *fig.* 7., terræ Æquator, Nn intersectio Æquatoris cum plano Eclipticæ NCn, SAT planum circuli declinationis Solis, & radio TA, ac centro T describatur circularis arcus AC Æquatori in puncto A perpendicularis; erit momentum idem directe ut quadratum sinus CH longitudinis Solis CN, & reciproce ut factum ex sinu AG ascensionis rectæ AN in cubum distantiæ ST.

Demonstratio.

In triangulo ſphærico rectangulo ANC erit tangens anguli ANC inclinationis Æquatoris, & Eclipticæ ad tangentem arcus AC declinationis Solis, ut ſinus totus ad ſinum arcus AN, ſcilicet erit $\frac{\pi}{\sqrt{(1-\pi^2)}} : \frac{Sin.\,V}{Cos.\,V} = A : AG$, & prodibit $Cos.\,V = \frac{A\,.\,Sin.\,V\,.\,\sqrt{(1-\pi^2)}}{\pi\,.\,AG}$, ſi ſinus inclinationis ejuſdem ad ſinum totum ſe habeat ut $\pi : 1$. Eſt vero in eodem triangulo ſinus anguli ANC ad ſinum totum, ut ſinus arcus AC ad ſinum arcus CN, ſive eſt $Sin.\,V = \frac{\pi\,.\,CH}{A}$. Momentum igitur $\frac{3S\,.\,A^2\,.\,Sin.\,V\,.\,Cos.\,V}{ST^3}$ erit $= \frac{3S\,.\,A^3\,.\,Sin.\,V^2\,.\sqrt{(1-\pi^2)}}{\pi\,.\,AG\,.\,ST^3}$ $= \frac{3S\,.\,A\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2}{AG\,.\,ST^3}$. Q. E. D.

Corollarium Primum.

Pari ratione ſi exterior Terra conſtitueretur in loco A, evaderet momentum omne $\frac{3S\,.\,\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2}{AG\,.\,ST^3}\,.\,\frac{4}{3}p\,\varphi\,a^3\,A$. Et ſi Terra ad figuram ſphæricam proxime accedat, aut ſit $NAnE$ Æquator ſphæræ, quæ ſphæroidicæ terræ inſcribi poteſt, & particulæ omnes, quæ in Terra exterius circumambiunt ſphæram ipſam, in loco A conſtitutæ intelligantur, erit virium omnium momentum $= \frac{3S\,.\,\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2}{AG\,.\,ST^3}\,.\,\frac{4}{3}p\,\varphi\,a^4$.

Corollarium Secundum.

Si ſinus declinationis Lunæ ab Æquatore vocetur v, & ſit planum Lunaris orbitæ $DOMom$, & Luna maneat in loco L, & ſit attractio centri T in Lunam $= \frac{L}{LT^2}$, erit Luna-

narium virium momentum $= \frac{3L \,.\, Sin.\, v \,.\, Cos.\, v}{LT3} \cdot \frac{4}{3} p \varphi a^3 A^2$, aut, si Ag, & Dh, sint perpendicula ex A, & D ducta in nodorum lineam Oo, erit momentum idem $=$
$\frac{3L \,.\, Sin.\, AOD \,.\, Cos.\, AOD \,.\, Dh^2}{Ag \,.\, LT3} \cdot \frac{4}{3} p \varphi a^3 A$.

PROPOSITIO DECIMATERTIA.

Iisdem positis momentum particularum omnium per totum Æquatoris circuitum dispositarum, ad Æquatorem torquendum, dimidium erit momenti particularum totidem constituarum in loco A: Et motus iste circa axem in communi sectione Æquatoris, & plani QTq, cui recta ST perpendicularis est, jacentem peragetur.

DEMONSTRATIO.

Pars prior. Sumatur in Æquatore punctum quodcumque R, *fig.* 6., ex eoque in planum QTq ducatur perpendiculum RO. Erunt vires, quibus puncta A, & R a plano QTq distrahentur, ut AG, & RO, & vires perpendiculares plano Æquatoris ut $\frac{AG \,.\, TG}{AT}$, & $\frac{RO \,.\, TO}{RT}$, momenta vero ut $AG \,.\, TG$, & $RO \,.\, TO$, sive, ob datum angulum ATG, ut AT^2, & RT^2. Momentum igitur particularum omnium per totum Æquatoris circulum dispositarum erit ad momentum particularum totidem consistentium in loco A ut summa omnium RT^2 ad summam omnium AT^2, sive ut unum ad duo. *Q. E.* I.$^{m.}$

Pars altera. Quia vero vires particularum A, & B in æqualibus distantiis a plano QTq hinc inde æquales sunt, & contrariæ; dum abducentur particulæ a plano ipso, convertent Æquatorem, ac totam terram circa axem, qui tam in plano QTq, quam in plano Æquatoris jaceat *Q. E.* alterum.

Co-

Corollarium.

Si tota exterior terra non quidem ſtatueretur in loco A, ſed per totum Æquatoris circuitum uniformiter diſtribueretur ad modum annuli; eſſet momentum particularum omnium $= \frac{3S \,.\, Sin. V \,.\, Cos. V}{ST^3} \,.\, \frac{2}{3} p \varphi a^3 A^2 = \frac{3S \,.\, \pi V (1 - \pi^2) \,.\, CH^2}{AG \,.\, ST^3} \,.\, \frac{2}{3} p \varphi a^3 A$, & momentum virium Lunarium eſſet $\frac{3L \,.\, Sin. v \,.\, Cos. v}{LT^3} \,.\, \frac{2}{3} p \varphi a^3 A^2 = \frac{3L \,.\, Sin. AOD \,.\, Cos. AOD \,.\, Db^2}{Ag \,.\, LT^3} \,.\, \frac{2}{3} p \varphi a^3 A$.

Propositio Decimaquarta.

Si ſit ab, *fig.* 8., Æquator inſcriptæ ſphæræ, & iXd circulus eidem Æquatori parallellus; erit momentum particularum omnium per totum parallellum circulum uniformiter diſtributarum ad momentum particularum totidem conſiſtentium in loco a, ut $1 - \frac{3TX^2}{aT^2} : 2$.

Demonstratio.

Sint L, & l particulæ duæ quævis inter ſe æquales, & in planum QTq demittantur perpendicula LM, lm. Erunt $LM \,.\, MT$, $lm \,.\, mT$ vires ipſarum particularum ad totum parallellum circulum torquendum circa centrum T. Jam vero ſi ejuſdem circuli, & plani QTq interſectio ſit O, ob ſimilitudinem angulorum agT, TXO, LMO, lmO, erit $MO = \frac{TG \,.\, LX}{aT}$, $TO = \frac{aT \,.\, TX}{ag}$, $LM = \frac{ag \,.\, LX}{aT} + \frac{Tg \,.\, TX}{aT}$, $MO = \frac{Tg \,.\, LX}{aT} + \frac{Tg^2 \,.\, TX}{aT \,.\, ag}$, $lm = \frac{ag \,.\, LX}{aT} - \frac{Tg \,.\, TX}{aT}$, $Om =$

Tg.

$\frac{Tg \,.\, LX}{aT} - \frac{Tg^2 \,.\, TX}{aT \,.\, ag}$, & utriusque particulæ momentum =
$\left(\frac{ag \,.\, LX}{aT} - \frac{Tg \,.\, TX}{aT}\right)\left(\frac{aT \,.\, TX}{ag} + \frac{Tg \,.\, LX}{aT} - \frac{Tg^2 \,.\, TX}{aT \,.\, ag}\right) -$
$\left(\frac{ag \,.\, LX}{aT} + \frac{Tg \,.\, TX}{aT}\right)\left(\frac{aT \,.\, TX}{ag} - \frac{Tg \,.\, LX}{aT} - \frac{Tg^2 \,.\, TX}{aT \,.\, ag}\right)$
$= \frac{2ag \,.\, Tg \,.\, LX^2}{aT^2} - \frac{2Tg \,.\, TX^2}{aT^2} + \frac{2Tg^3 \,.\, TX^2}{aT^2 \,.\, ag} = \frac{2ag \,.\, Tg \,.\, LX^2}{aT^2}$
$- \frac{2ag \,.\, Tg \,.\, TX^2}{aT^2}$: scilicet momentum idem ad momentum $2ag \,.\, Tg$ duarum particularum in loco a consistentium se habebit ut $LX^2 - TX^2 : aT^2$. Jam vero summa omnium LX^2 per totam circuli peripheriam dimidia est summæ totidem iX^2, & sunt omnes iX^2, TX^2 ad summam totidem aT^2, ut iX^2, TX^2 ad aT^2. Momentum igitur totius circuli se habebit ad momentum particularum omnium translatarum in locum a ut $\frac{1}{2} iX^2 - TX^2 : aT^2 = iX^2 - 2TX^2 : 2aT^2 = aT^2 - 3TX^2 : 2aT^2 = 1 - \frac{3TX^2}{aT^2} : 2$. *Q. E. D.*

COROLLARIUM PRIMUM.

Quia vero, per *Propos.* 3., momentum particularum in a existentium duplum est momenti particularum totidem per totum Æquatoris sphæræ inscriptæ circuitum uniformiter dispositarum; erit momentum parallelli circuli iXd ad momentum, quod præseferrent ipsius particulæ si per totum Æquatoris sphæræ inscriptæ circuitum uniformiter distribuerentur ut $1 - \frac{3TX^2}{aT^2} : 1$.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Si inter A, & a accipiatur punctum quodcumque v, & semiaxibus Tv, Tp describatur Ellipsis $Pvop$, ob $Tv : Xo$ $= Ta$

$= Ta : Xi$, erunt momenta particularum omnium per circulos radiis Tv, & Xo deſcriptos uniformiter diſtributarum proportionalia momentis circulorum Ta, Xi, & momentum totius zonæ circularis latitudinis Ii erit ad momentum particularum totidem uniformiter diſtributarum per zonam aliam circularem latitudinis Aa ut $1 - \frac{3TX^2}{aT^2} : 1$.

Corollarium Tertium.

Quia vero ob affinitatem terræ ſphæroidicæ, & ſphæræ momentum zonæ circularis latitudinis Aa proxime æquale cenſeri poterit momento particularum totidem per totum circuitum Æquatoris ATB uniformiter diſtributarum; erit momentum zonæ circularis latitudinis Ii ad momentum particularum totidem uniformiter diſtributarum in Æquatore ut $1 - \frac{3TX^2}{aT^2} : 1$.

Propositio Decimaquinta.

Momentum totius materiæ, qua ſphæroidica Terra ſphæram $Papb$ ſuperat, eſt ad momentum particularum totidem per totum Æquatoris circuitum uniformiter diſtributarum ut $2:5$.

Demonstratio.

Siquidem ex natura Ellipſeos eſt $PT . Tp : PX . Xp = Ta^2 : Xi^2 = TA^2 : XI^2 = TA^2 - Ta^2 : XI^2 - Xi^2$, ſcilicet zona circularis latitudinis Ii proportionalis eſt quadrato ſemiordinatæ Xi, adeoque momentum totius zonæ, per *Coroll.* 3. *Prop.* 4., erit ad momentum particularum totidem per totum Æquatoris circuitum uniformiter diſtributarum ut $Xi^2 - \frac{3Xi^2 . TX^2}{aT^2} : Xi^2 = aT^2 - TX^2 - 3TX^2 + \frac{3TX^4}{aT^2} : aT^2$

$-TX$

$-TX^2$, & momentum indeterminati ſegmenti ſphæroidici $Aai I$ erit ad momentum particularum totidem exiſtentium in Æquatore ut $aT \cdot TX - \frac{4}{3} TX^5 + \frac{3TX^5}{5 \cdot aT^2} : aT^2 \cdot TX - \frac{1}{3} TX^3$, ac denique momentum materiæ totius exterioris erit ad momentum, quod præſeferret materies eadem, ſi per totum Æquatoris circuitum uniformiter diſtribueretur ut $\frac{4}{15} \cdot aT^3 : \frac{2}{3} \cdot aT^3 = 2 : 5$. *Q. E. D.*

COROLLARIUM PRIMUM.

Si Terra omnis exterior conſiſtat in locis ſuis, erit momentum virium Solarium ad totam terram torquendam circa communem ſectionem Æquatoris, & plani illius, quod per centrum traducitur, & perpendiculare eſt rectæ jungenti centra Terræ, & Solis $= \frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2}{AG \cdot ST^3} \cdot \frac{4}{15} p \varphi a^3 A = \frac{3S \cdot Sin. V \cdot Cos. V}{ST^3} \cdot \frac{4}{15} p \varphi a^3 A^2$. Erit etiam Lunarium virium momentum ad torquendam terram circa ſectionem Æquatoris, & plani alterius per centrum ducti, cui perpendicularis ſit recta conjungens centra Terræ, & Lunæ $= \frac{3L \cdot Sin. AOD \cdot Cos. AOD \cdot Db^2}{Ag \cdot LT^3} \cdot \frac{4}{15} p \varphi a^3 A = \frac{3L \cdot Sin. v \cdot Cos. v}{LT^3} \cdot \frac{4}{15} p \varphi a^3 A^2$.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Quia eſt $A = a + \varphi a$, ac poſſunt negligi quadraticæ poteſtates ipſius φa, erit momentum omne Solarium virium $= \frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2}{AG \cdot ST^3} \cdot \frac{4}{15} p \varphi a^4 = \frac{3S \cdot Sin. V \cdot Cos. V}{ST^3} \cdot \frac{4}{15} p \varphi a^5$: quæ eſt ipſa formula a Cl. Alembertio tradita *probl.* 1. *num.* 10. de præceſſione Æquinoctiorum, & a Cl. Eulero

in Commentariis Berolinensibus anni 1749. *num.* 21. *prob.* 2. *Coroll.* 3.

Corollarium Tertium.

Quia vero sphæræ omnes æqualiter suis omnibus partibus trahi debent, si sphæra terræ circumscriberetur, esset tota attractio materiæ, qua sphæra eadem circumscripta terram superaret, æqualis attractioni materiæ, qua terra superat inscriptam sphæram, videlicet $= \frac{3S \,.\, Sin.V \,.\, Cos.V}{ST3} \,.\, \frac{4}{15} p\varphi a^3 A^2$. *In Transact. Philos. anni* 1754. *sect.* 1. *probl.* 1. *de præcess. Æquinoc.* cum redundantem materiam in superficie circumscriptæ sphæræ distributam conciperet Sylvabellius, differentiam attractionum terræ, & circumscriptæ sphæræ invenit $= \frac{3S \,.\, Sin.V \,.\, Cos.V}{ST3} \,.\, \frac{4}{15} p \varphi A^5$, quæ ob parvitatem quantitatis $A - a$ parum a formula nostra differt.

Propositio Decimasexta.

Si Terra nucleum sphæroidicum diversæ densitatis in centro habeat determinare momentum virium a Sole, & Luna exercitarum.

Resolutio.

Esto nucleus sphæroidicus $abeq$, *fig.* 9., & sit major semiaxis nuclei $Ta = B$, semiaxis minor $= b$, differentia majoris, & minoris $= \mu b$, & densitas Terræ exterioris ad densitatem nuclei se habeat ut $1 : 1 + c$. Eodem modo Terra Solis, ac Lunæ viribus agitabitur, ac si tota homogenea esset, & in centro adderetur nucleus sphæroidicus solius densitatis c. Summa autem momentorum istius nuclei ad totam Terram volvendam circa intersectionem Æquatoris, & plani per centrum transeuntis, cui recta ad Solem ducta normaliter insistat

sistat

ſiſtat erit $= \frac{3S \,.\, Sin.V \,.\, Cos.V}{ST^3} \,.\, \frac{4}{15} p \mu b^3 B^2 c$, & ſumma momentorum Terræ homogeneæ, & nuclei ſuperadditi erit $= \frac{3S \,.\, Sin.V \,.\, Cos.V}{ST^3} \,.\, \frac{4}{15} p (\varphi a^3 A^2 + \mu b^3 B^2 c)$. Rurſus maſſa nuclei ſphæroidici denſitatis c, eſt $\frac{2}{3} p B^2 bc$, & maſſa totius Terræ $\frac{2}{3} p A^2 a + \frac{2}{3} p B^2 b c$. Quare, ſi hæc maſſa vocetur M, erit momentum virium Solarium $=$
$\frac{3S \,.\, Sin.V \,.\, Cos.V \,.\, M}{5ST^3} \,.\, \left(\frac{2 \varphi a^3 A^2 + 2 \mu b^3 B^2 c}{A^2 a + B^2 b c} \right) =$
$\frac{3S \,.\, Sin.V \,.\, Cos.V \,.\, M}{5ST^3} \,.\, \left(\frac{A^2 a (A^2 - a^2) + B^2 b c (B^2 - b^2)}{A^2 a + B^2 b c} \right)$,
& momentum Lunarium virium erit $= \frac{3L \,.\, Sin.V \,.\, Cos.V \,.\, M}{5LT^3} \,.\, \left(\frac{A^2 a (A^2 - a^2) + B^2 b c (B^2 - b^2)}{A^2 a + B^2 b c} \right)$. *Q. E. I.*

COROLLARIUM.

Si interior Telluris nucleus omni materia vacuus intelligatur, qualem Poliniacus, aliique autores excogitaverant, quibus materia interior ſupervacanea, & inutilis videbatur, erit $1 + c = 0$, ſive $c = -1$, & Solarium virium momentum in eadem hypotheſi evadet $= \frac{3S \,.\, Sin.V \,.\, Cos.V \,.\, M}{5ST^3} \,.\, \left(\frac{A^2 a (A^2 - a^2) - a^2 - B^2 b (B^2 - b^2)}{A^2 a - B^2 b} \right)$. Congruunt hæc omnia cum iis, quæ Eulerus ſecundo problemate jam memoratæ diſſertationis determinaverat.

PROPOSITIO DECIMASEPTIMA.

Determinare momentum idem ſi ad centrum accedendo Telluris denſitas in data ratione augeatur, vel imminuatur.

RESOLUTIO.

Si femiaxis major fphæroidis alicujus fit X, femiaxis minor x, denfitas Δ, ellipticitas φz, & z denotet functionem aliquam ex femiaxibus, & conftantibus quantitatibus compofitam, erit momentum Solarium virium in totam Sphæroidem exercitarum $= \frac{3S \,.\, Sin.\, V \,.\, Cos.\, V}{S T 3} \,.\, \frac{4}{15} p \,\varphi\, z\, x^3 X^2 \Delta$, & elementum momenti ipfius, five momentum ftrati fphæroidici cujufcumque $= \frac{3S \,.\, Sin.\, V \,.\, Cos.\, V}{S T 3} \,.\, \frac{4}{15} p \Delta \,.\, d(\varphi z x^3 X^2)$, & momentum totius Terræ quomodocumque ex ftratis fphæroidicis compofitæ $= \frac{3S \,.\, Sin.\, V.\, Cos.\, V}{S T 3} \,.\, \frac{4}{15} p \,.\, S \Delta\, d(\varphi z x^3 X^2)$, aut fi fphæroidica ftrata a fphæricis parum differant $= \frac{3S \,.\, Sin.\, V \,.\, Cos.\, V}{S T 3} \,.\, \frac{4}{15} p\, S \Delta \,.\, d(\varphi z x^5)$. Erit pariter Lunarium virium momentum $= \frac{3L \,.\, Sin.\, v \,.\, Cos.\, v}{L T 3} \,.\, \frac{4}{15} p S \Delta \,.\, d(\varphi z x^5)$. *Q. E. I.*

COROLLARIUM.

Univerfim ftatui poterit momentum ex Sole ortum $= \frac{3S \,.\, Sin.\, V \,.\, Cos.\, V.\, K}{S T 3} \,.= \frac{3S \,.\, \varpi \sqrt{(1 - \varpi^2)} \,.\, C H^2 .\, K}{A \,.\, A G S T 3}$, & momentum, quod oritur ex Luna $= \frac{3L \,.\, Sin.\, v \,.\, Cos.\, v \,.\, K}{L T 3} = \frac{3L \,.\, Sin \,.\, AOD \,.\, Cos.\, AOD \,.\, D b^2 \,.\, K}{A \,.\, A g \,.\, L T 3}$, denotante K conftantem quantitatem, quæ in hypothefi nuclei fphæroidici eft $= \frac{4}{15} p(\varphi a^3 A^2 + \mu b^3 B^2 c)$, in hypothefi homogeneitatis $= \frac{4}{15} p \,\varphi\, a^3 A^2$, in hypothefi qualibet denfitatis crefcentis, aut decrefcentis $= \frac{4}{15} p\, S \Delta \,.\, d(\varphi z x^5)$.

PRO-

PROPOSITIO DECIMAOCTAVA.

Si Terra circa axem ſuum uniformiter revolvatur, & Solis, aut Lunæ viribus inclinetur circa aliquam Æquatoris diametrum determinare axem totius compoſitæ rotationis.

RESOLUTIO.

Eſto ATr, *fig.* 10. ſive ds angulus quem punctum Æquatoris A elemento temporis dt circa centrum T abſolveret, adeoque ſit Ads ſpatium Ar, & $\frac{Ads}{dt}$ velocitas puncti A, & $\frac{Ads}{dt^2}$ vis acceleratrix. Si Terra ſit homogenea, per *Coroll.* 2. *Propoſ.* 5. erit $\frac{4pA^4ads}{15dt^2}$ momentum diurnæ revolutionis: & ſi Terra nucleum ſphæroidicum diverſæ denſitatis in centro habeat, erit momentum idem $\frac{4pA^4ads}{15dt^2} + \frac{4pB^4bcds}{15dt^2}$: & $\frac{4pds}{15} S \Delta . d(x^5)$, ſi Terra ex ſtratis ſphæroidicis proxime ad ſphæricos accedentibus, & diverſæ denſitatis conſtet: aut generatim erit momentum idem $= \frac{k.ds}{dt^2}$. Quia vero, per Corollarium Propoſitionis antecedentis, momentum Solarium virium eſt $\frac{3S.\pi\sqrt{(1-\pi^2)}CH^2K}{A.AG.ST^3}$, ſi Terra ad inſtar penduli conſideretur ſuſpenſi ex centro T, & duo momenta Terræ applicari intelligantur in puncto A, erit momentum prius ad poſterius, ut velocitas diurni motus ad velocitatem novæ rotationis, quam vires Solis circa aliquam Æquatoris diametrum producerent. Quare per *Prop.* 8. erit tangens deviationis axis $= \frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)}.CH^2.Kdt^2}{A.AG.ST^3.kds}$, & tangens deviationis axis ob vires Lunæ =

3 L

$\frac{3L \cdot \text{Sin.} AOD \cdot \text{Cos.} AOD \cdot Dh^2 \cdot Kdt^2}{A \cdot Ag \cdot LT^3 \cdot hd^3}$. Q. E. I.

COROLLARIUM PRIMUM.

Si Terra ſit homogenea evadet tangens deviationis axis ob vires Solis $= \frac{3S \cdot \pi\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2 \cdot \varphi a^2 dt^2}{A^3 AG \cdot ST^3 \cdot ds}$: & ſi Terra ex ſtratis ſphæroidicis coaleſcat, & fiat $z = 1$, hoc eſt ellipticitas ſtratorum omnium ſit eadem, & ſtrata ſimilia ſint inter ſe; erit $\frac{S\Delta \cdot d(\varphi z x^5)}{S\Delta \cdot d(x^5)} = \varphi$, eademque evadet axis deviatio, quæ in hypotheſi Terræ homogeneæ, in quacumque demum ratione ſtratorum denſitas ad centrum accedendo augeatur, vel imminuatur.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Si ſtratorum terreſtrium ellipticitas accedendo ad centrum augeatur, erit $S\Delta \cdot d(\varphi z x^5) > S\Delta \cdot d(\varphi x^5)$ & deviatio axis totius Terræ major erit quam in hypotheſi Terræ homogeneæ. Contra deviatio axis evadet minor ſi ſit $S\Delta \cdot d(\varphi z x^5) < S\Delta \cdot d(\varphi x^5)$, hoc eſt ſi ellipticitas ſtratorum ſphæroidicorum accedendo ad centrum imminuatur.

PROPOSITIO DECIMANONA.

Invenire deviationem axis, circa quem ſola exterior terra, ſublata interiore omni, ob vires Solis revolveretur.

RESOLUTIO.

Per *Coroll.* 2. *Prop.* 1. primæ Partis, momentum terræ exterioris, quæ ſublato interiore globo circa axem revolveretur, eſſet $= \frac{16p\varphi a^5 ds}{15dt^2}$. Quare cum ſit momentum Sola-

rium

rium virium $= \frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2}{AG\,.\,ST^3}\,.\,\frac{4}{15}\,p\varphi a^3 A$, simili modo invenietur tangens deviationis axis $=$

$$\frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2\,\frac{4}{15}\,p\varphi a^3 A\,dt^2}{AG\,.\,ST^3\,.\,\frac{16}{15}\,p\varphi a^5\,ds} = \frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2\,.\,Adt^2}{4AG\,.\,ST^3 a^2 ds}$$

Q. E. I.

COROLLARIUM.

Tangentes deviationis axium, circa quos tota Terra, & ſola terra exterior revolveretur, inter ſe eſſent ut $4\varphi a^4 : A^4$, ſive per *Coroll.* 3. *Propoſ.* 5., reciproce ut momenta totius Terræ, & ſolius terræ exterioris circa axem revolutæ.

PROPOSITIO VIGESIMA.

Invenire deviationem axis terræ exterioris ad ſolidum annulum redactæ, qui Æquatori interioris ſphæræ circumponatur.

RESOLUTIO.

Per *Propoſ.* 3. primæ Partis eſt $\frac{4}{3}\,\frac{p\varphi a^5 ds}{dt^2}$ momentum terræ exterioris ſi ad ſolidum Æquatoris annulum reduceretur, & revolveretur circa axem. Quare, per Corollarium *Propoſ.* 3., cum ſit $\frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2}{AG\,.\,ST^3}\,.\,\frac{2}{3}\,p\varphi a^3 A$ momentum particularum omnium terræ exterioris per Æquatoris circuitum ad modum annuli uniformiter diſtributarum, evadet tangens deviationis axis $= \frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2\,.\,Adt^2}{2AG\,.\,ST^3 a^2 ds}$, aut, ſi idem ſit radius annuli, & Æquatoris incluſæ ſphæræ $= \frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2\,.\,dt^2}{2AG\,.\,ST^3\,.\,ads}$. *Q. E. I.*

Co-

COROLLARIUM.

Tangens deviationis axis terræ exterioris diſpoſitæ in locis ſuis, & ad ſolidum Æquatoris annulum redactæ inter ſe erunt ut $1:2$. Tangens autem deviationis axis ſolius annuli ad tangentem deviationis axis totius terræ ſe habebit ut $A^4 : 2\varphi a^4$.

SCHOLION.

Obſervandum eſt theorema illud, quod in liberis motibus locum habet, & quo cautum eſt non eamdem prorſus velocitatem ab iiſdem viribus, aut ſimul, aut ſeparate agentibus eidem corpori communicari, etiam in rotationis motibus, & rotationum compoſitione habere locum. Nam ſi vis omnis Solis $\frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2}{AG\,.\,ST^3}\,.\,\frac{4}{15}p\varphi a^3 A$ in totam Terram quieſcentem ageret, & eſſet ω vis acceleratrix, quæ puncto Æquatoris A circa diametrum Zz imprimeretur, eſſet $\frac{4}{15}pA^2a^2\omega$ momentum totius Terræ circa eamdem diametrum nutantis: & quia per *Propoſ.* 6. quantitas momentorum in particulis ſingulis rotantibus æquatur ſemper momento vis impreſſæ, eſſet $\frac{4}{15}pA^2a^2\omega = \frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2\,.\,\varphi a^2 A}{AG\,.\,ST^3}$, & $\omega = \frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2\,.\,\varphi a}{A\,.\,AG\,.\,ST^3}$ $= \frac{3S\,.\,Sin.\,V.\,Cos.\,V.\,\varphi a}{ST^3}$, aut, ſi retineatur formula in *Coroll.* 3. *Propoſ.* 5. indicata, & vocetur φA differentia ſemiaxium $= \frac{3S\,.\,Sin.\,V.\,Cos.\,V.\,\varphi A^3}{(A-\varphi A)^2\,.\,ST^3} = \frac{3S\,.\,Sin.\,V.\,Cos.\,V.\,\varphi A}{(1-2\varphi)\,.\,ST^3}$, prorſus ut Sylvabellius *Probl.* 3. *num.* 5. hac ipſa methodo invenerat: tum, ſi hic motus cum diurnæ rotationis motu componeretur, tangens deviationis axis evaderet =

3 S

$\frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2\,.\,\varphi a dt^2}{A^2\,.\,AG\,.\,ST^3 ds}$. Pariter quia momentum terræ exterioris circa diametrum Æquatoris aliquam nutantis eſt $=$ $\frac{12 p \varphi a^5 \omega}{15 A}$, in hypotheſi ablatæ interioris ſphæræ eſſet $\omega =$ $\frac{S\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2\,.\,A^2}{a^2\,.\,AG\,.\,ST^3}$, & tangens deviationis axis $=$ $\frac{S\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2\,.\,A dt^2}{a^2\,.\,AG\,.\,ST^3\,.\,ds}$. Denique ſi exterior terra ad ſolidum Æquatoris annulum reduceretur, & ob vim Solis inclinaretur circa diametrum aliquam eſſet $\frac{2}{3} p \varphi a^4 \omega =$ $\frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2}{AG\,.\,ST^3}\,.\,\frac{2}{3} p \varphi a^4$, & inde prodiret $\omega =$ $\frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2}{AG\,.\,ST^3}$, & tangens deviationis axis $=$ $\frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2\,.\,dt^2}{AG\,.\,ST^3\,.\,ds}$. Alia igitur velocitas Terræ quieſcenti imprimeretur circa eam diametrum Æquatoris, cui Sol ad perpendiculum inſiſtit, alia Terræ diurno motu circa eamdem diametrum revolutæ imprimitur. Cæterum in Corollario *Prop.* 5. jam adnotavimus eamdem momentorum quantitatem non niſi viribus ſingillatim impreſſis ſervari poſſe, pluribus autem ſimul impreſſis non ſummam momentorum omnium, ſed momentum, quod ex momentis omnibus componitur, immutabiliter tueri.

PARS TERTIA.

De motibus, qui ex Sole oriuntur.

Propositio Vigesimaprima.

Manentibus iis, quæ supra, dico quod angularis nodorum motus, sive præcessio Æquinoctiorum, quæ ex Sole oritur, erit in duplicata ratione distantiæ ipsius Solis ab Æquinoctiis.

Demonstratio.

Sit recta Ac, *fig.* 10., Æquatori in puncto A perpendicularis, & recta Ar ad Ac se habeat ut momentum diurni motus ad momentum Solarium virium, sive ut $\frac{kds}{dt^2}$ ad $\frac{3S\pi\surd(1-\pi^2) \,.\, CH^2 \,.\, K}{A \,.\, AG \,.\, ST^3}$. Compleatur rectangulum $rAcm$, & per puncta TAm traducatur planum, quod secet Eclipticam in N', & n'. Per *Propos.* 18. Terra diurno motu circa axem, & Solaribus viribus circa diametrum Zz impulsa, rotatione composita circa axem novum revolvetur, qui in plano prioris axis, & diametri Zz jaceat, & ab eodem axe declinet angulo, cujus tangens sit $= \frac{3S\pi\surd(1-\pi^2) \,.\, CH^2 \,.\, Kdt^2}{A \,.\, AG \,.\, ST^3 \,.\, kds} = \frac{Ac}{Ar}$ Quare erit TAn' nova positio terrestris Æquatoris, & N', n' nodi post tempus datum, atque ex N in planum TAN' ducta perpendiculari NN'', erit $Ar : Ac = NQ : NN'' = AG : NN''$, sive erit $NN'' = \frac{3S\pi\surd(1-\pi^2) \,.\, CH^2 \,.\, Kdt^2}{A \,.\, ST^3 \,.\, kds}$. Rursus erit $NN'' : NN' = \pi : 1$. Itaque erit arcus NN', quo regredientur nodi in plano Eclipticæ =

3 S

$\frac{3S \cdot \sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2 \cdot Kdt^2}{A \cdot ST^3 \cdot kds}$, & angularis nodorum motus evadet $= \frac{3S \cdot \sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2 \cdot Kdt^2}{A^2 \cdot ST^3 \cdot kds}$. Porro si sit dz angulus dato tempore quam minimo dt a Terra circa Solem absolutus, & g velocitas motus annui, erit $dt = \frac{ST \cdot dz}{g}$, & $dt^2 = \frac{ST^2 \cdot dz^2}{g^2}$. Erit insuper $ds = t\,dz$, & quia vis centripeta æqualis est quadrato velocitatis per radium circuli diviso, erit $\frac{S}{ST^2} = \frac{g^2}{ST}$, & angularis nodorum motus prodibit $= \frac{3S \cdot \sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2 \cdot K}{A^2 \cdot ST^3 \cdot ktdz} \cdot \frac{ST^2 \cdot dz^2}{g^2} =$ $\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2 \cdot Kdz}{tA^2 \cdot k}$. *Q. E. D.*

COROLLARIUM PRIMUM.

Quia summa omnium CH^2 dimidia est summæ totidem A^2, erit $\frac{1}{2}A^2$ valor medius ipsius CH^2 & medius nodorum motus erit $= \frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot Kdz}{2tk}$ Scilicet in Octantibus ubi est $CH^2 = \frac{1}{2}A^2$ motus medius præcessionis æquabitur motui vero, & dum Sol ab Æquinoctiis tendet ad loca hinc inde æqualiter ab Æquinoctiis, & a Solstitiis dissita motus verus motu medio erit minor, major vero dum ab iis locis Sol ad Solstitia progredietur. In Solstitiis motus verus duplo major evadet medio.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Si terra sit homogenea, & fiat $K = \frac{4}{15}p\varphi a^3 A^2$, $k = \frac{4}{15}paA^4$ per *Coroll. Propos.* 17., & *Prop.* 18. erit motus medius

dius nodorum $= \frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot \varphi a^2 dz}{2tA^2}$, & motus medius annuus $= \frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot \varphi a^2 \cdot 360^\circ}{2tA^2}$, aut proxime $=$ $\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot \varphi a \cdot 360^\circ}{2tA}$, quæ quantitas dupla eſt quam ſtatuerat Sylvabellius *Sect.* 4. *Probl.* 11. *num.* 32. prorſus autem cum ea convenit, quam Cl. Alembertius de *Præceſſ. Æquin. num.* 52., & 116. duplici alia methodo invenerat.

COROLLARIUM TERTIUM.

In hypotheſi Terræ homogeneæ, & ſolidæ, cum ſit $A: \varphi a = 230:1$, erit præceſſio annua Æquinoctiorum $=$ $\frac{3 \cdot 9172533 \cdot 360^\circ}{2 \cdot 365\frac{1}{4} \cdot 2300000000} = 21'' \, 13'''$. Si ſit $A: \varphi a = 178:1$, erit motus idem $= 27'' \, 25'''$. Denique ſi ſit $A:\varphi a = 301:1$, erit præceſſio annua $= 24\frac{1}{3}''$: prorſus ut alia methodo eruerat Eulerus in Monumentis Berolinenſis Academiæ anno 1749 de *Præceſſ. Æquin. num.* 41.

COROLLARIUM QUARTUM.

Juxta ultimam proportionem terreſtrium axium, ſi Terra nucleum ſphæricum diverſæ denſitatis in centro habeat, & ſit $A:B = 5:3$, atque inſuper $1+c:1 = 10:1$, Æquinoctiorum præceſſio annis ſingulis evadet $= \frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot 360^\circ}{2t}$

$$\frac{\varphi a^3 A^2}{a^2 A^2 + \frac{2187}{3125} A^4} = \frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot \varphi a \cdot 360^\circ}{2tA} \cdot \frac{3125}{5312} = \frac{3125}{5312} \cdot 24\frac{1}{3}''$$

$= 14\frac{1}{3}''$. In quacumque vero hypotheſi nuclei denſioris, & ſphærici præceſſio ſemper minor erit, quam in hypotheſi Terræ homogeneæ.

Co-

COROLLARIUM QUINTUM.

Si nucleus ſphæricus omni materia vacuus intelligatur, & ſit $c = -1$, erit præceſſio annua $= \frac{3\surd(1-\pi^2) \,.\, 360^\circ}{2t} \,.\, \frac{\phi a 3 A^2}{a A^4 - B^5}$, major ſcilicet quam in hypotheſi terræ homogeneæ. Semper etiam major erit præceſſio ſi nucleus rarior ſit exteriore Terra, aut ſi Terra ex ſtratis ſphæroidicis diverſæ denſitatis conſtet, & ellipticitas ſtratorum accedendo ad centrum augeatur juxta *Coroll.* 2. *Propoſ.* 18.

PROPOSITIO VIGESIMASECUNDA.

Erit etiam nodorum motus, ſive præceſſio Æquinoctiorum proportionalis quadrato ſinus declinationis Solis ab Æquatore.

DEMONSTRATIO.

Si alia formula accipiatur, quam Corollario *Prop.* 17. exhibuimus, erit $Ar : Ac = \frac{k\,ds}{dt^2} : \frac{3S \,.\, Sin.V \,.\, Cos.V \,.\, K}{ST^3}$. Quo dato, & cæteris manentibus ut in *Propoſ.* 21., evadet angularis nodorum motus $= \frac{3S \,.\, Sin.V \,.\, Cos.V \,.\, AG \,.\, K\,dt^2}{\pi \,.\, ST^3 \,.\, Akds}$. Ducatur, *fig.* 11., recta TM lineæ nodorum perpendicularis, & radio TM, ac centro T deſcribatur circularis arcus MH, jungaturque HT, & ex H in terreſtrem axem TP demittatur perpendiculum HP. Tum ſi in puncto H erigatur perpendicularis plano HTP, quæ cum recta ST concurrat in puncto K, erit totum planum HPK, & recta KP axi in puncto P perpendicularis. Erit etiam $HP = A \,.\, \surd(1-\pi^2)$, $TP = A\pi$, $TK = \frac{TP}{Sin.V} = \frac{A\pi}{Sin.V}$, $KP = \frac{TP \,.\, Cos.V}{Sin.V} = \frac{A\pi \,.\, Cos.V}{Sin.V}$, & ob rectam HP parallellam rectæ

MT

MT, & KP parallellam rectæ AT, erit angulus KPO æqualis angulo ATM, ſive angulo ATG, & ob angulos G, & H rectos, ſimilia erunt triangula AGT, PHK, & prodibit $AG = \frac{HP \,.\, AT}{KP} = \frac{A \,.\, \sqrt{(1-\pi^2 \,.\, Sin.V}}{\pi \,.\, Cos.V}$, & angularis nodorum motus evadet $= \frac{3S \,.\, \sqrt{(1-\pi^2)} \,.\, Sin.V^2 \,.\, Kdt^2}{\pi^2 \,.\, ST^3 \,.\, kds}$.

Jam vero ſi ſit $ST \,.\, dz$ ſpatium a Terra circa Solem elemento temporis dt abſolutum, adeoque fiat $dt = \frac{t \,.\, ST \,.\, dz}{p \,.\, ST}$, & $dt^2 = \frac{t^2 dz^2}{p^2}$, $\frac{S}{ST^2} = \left(\frac{p \,.\, ST}{t}\right)^2 . \frac{1}{ST}$, $\frac{S}{ST^3} = \frac{p^2}{t^2}$, $ds = t\,dz$, erit motus idem nodorum $=$
$\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \,.\, Sin.V^2 \,.\, Kp^2 t^2 dz^2}{\pi^2 p^2 t^2 ktdz} = \frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \,.\, Sin.V^2 \,.\, Kdz}{\pi^2 tk}$.
Q. E. D.

Corollarium Primum.

Quia eſt $Sin.V. = \frac{\pi \,.\, CH}{A}$, ut in *Propoſ.* 12. invenimus, ſumma quadratorum omnium ex ſinibus declinationis Solis dimidia erit ſummæ totidem quadratorum declinationis maximæ, ſive inclinationis Eclipticæ, & Æquatoris, & valor medius $Sin.V^2$ erit $\frac{1}{2}\pi^2$, & media Æquinoctiorum præceſſio $\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \,.\, Kdz}{2tk}$, prorſus ut antea.

Corollarium Secundum.

Si vis centripeta cujuſcumque terreſtris particulæ in Solem, ſive $\frac{S}{ST^2}$ ſtatui poſſet æqualis quadrato velocitatis per diametrum orbitæ diviſo, ſive $= \left(\frac{p \,.\, ST}{t}\right)^2 . \frac{1}{2ST}$, in hypotheſi Terræ homogeneæ eſſet motus medius nodorum $=$

3√

$\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,\rho a d z}{4 t A}$, & annua Æquinoctiorum præceſſio evaderet 13'' 43''' poſito $A : \varphi a = 178 : 1$. fere ut ſtatuerat Sylvabellius *par*. 2. *de Præceſſ. Æquin. ſect*. 4. *num*. 27. & 32.

COROLLARIUM TERTIUM.

Si vis Solis eſſet ad vim perturbatricem Lunæ ut $1 : Q$, & Luna moveretur ſemper in plano Eclipticæ, eſſet totalis præceſſio annua Æquinoctiorum, quæ ex ſumma duarum virium oriretur $= \frac{3(1+Q)\,.\,\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,K\,.\,360°}{2tk}$, quæ quia juxta obſervationem primam eſſe debet = 50. 3 '' , in hypotheſi terræ exterioris ſolidæ, & homogeneæ fere æqualis eſſet præceſſio ex Luna, & ex Sole orta, & æquales vires utrimque in totam Terram exercitæ.

COROLLARIUM QUARTUM.

Quia vero exterior Terra partim ſolida, & partim etiam fluida eſt, patet annuam præceſſionem Æquinoctiorum tanto minorem eſſe oportere, quanto major fluidæ materiæ quantitas in Terra exteriore reperitur, adeoque etiam longe aliam perturbatricium Solis, & Lunæ virium proportionem eſſe poſſe: Nam fluida omnia quibuſcumque viribus agitata cum æqualiter premant verſus quaſcumque partes; nullus ex attractione fluidarum partium maſſæ totius motus oriri poteſt, ut recte ab Alembertio notatum fuit *num*. 8. de *Præceſſ. Æquin*. Obſervationum collatione definienda ſupererit annua Præceſſio ex Sole orta, & accurata perturbatricium virium proportio.

PRO-

PROPOSITIO VIGESIMATERTIA.

Præceffionem jam inventam corrigere.

RESOLUTIO.

Quoniam dum Sol in Ecliptica percurrit angulum dz, nodi regrediuntur angulo $\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2\,.\,Kdz}{tA^2k}$, & redeunti Soli obviam fiunt; erit horarius Solis motus $dz - \frac{3\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2\,.\,Kdz}{tA^2k}$, atque hac quantitate in locum quantitatis fimplicis dz fubrogata, erit correctus nodorum motus $= \frac{3\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,CH^2\,.\,Kdz}{tA^2k} - \left(\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)}K}{tA^2k}\right)^2.CH^4.dz$. Jam vero fumma omnium CH^2dz, five, *fig.* 12., omnium $CH^2\,.\,Cc$, aut, quod idem eft, omnium $A\,.\,CH.\,Hb$ æquatur toti areæ circulari per radium multiplicatæ, five $\frac{1}{2}pA^3$. Pariter eft $CH^4dz = A.CH^3.Hb = A^3.(A^2 - TH^2)^{\frac{1}{2}}.\,Hb - A.(A^2-TH^2)^{\frac{1}{2}}.\,TH^2.\,Hb$, cujus fumma eft $\frac{3}{4}A^3.\,NCH + \frac{1}{4}A.\,TH.\,(A^2-TH^2)^{\frac{3}{2}}$, adeoque pofteriore termino per totum femicirculum evanefcente, erit fumma omnium $CH^4.\,dz = \frac{3}{8}pA^5$, & prodibit correctus nodorum motus annis fingulis $\frac{3\sqrt{(1-\pi^2}.\,KpA}{2tk} - \left(\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,K}{2tk}\right)^2\frac{3}{2}pA = \frac{3\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,K\,.\,360^\circ}{2tk} - \left(\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,K}{2tk}\right)^2\frac{2}{3}\,360^\circ =$

$$\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,K\,.\,360^\circ}{2tk}\left(1 - \frac{3\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,K\,.\frac{3}{2}}{2tk}\right).$$ *Q. E. I.*

Co-

COROLLARIUM PRIMUM.

Quia regredientibus nodis angulo $\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2 \cdot Kdz}{tA^2k}$ $-\left(\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot K}{tA^2k}\right)^2 \cdot CH^4\, dz$, motus horarius angularis Solis non amplius eſt $dz - \frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2 \cdot Kdz}{tA^2k}$, ſed $dz - \frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2 \cdot Kdz}{tA^2k} + \left(\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot K}{tA^2k}\right)^2 \cdot CH^4\, dz$, corrigi rurſus poterit æquatio, & motus nodorum erui vero utcumque proximus.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Quia vero ob affinitatem ſphæræ, & ſphæroidis illius, cujus formam præſefert Tellus, quantitas K ſatis parva eſt, ut poſſint negligi altiores omnes ipſius poteſtates, cenſeri etiam poterit verus horarius nodorum motus $\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2 \cdot Kdz}{tA^3}$, idem ſcilicet ac ſi horis ſingulis elapſis nodi in locum priſtinum retraherentur.

PROPOSITIO VIGESIMAQUARTA.

Dico inſuper quod dato quocumque tempore motus totalis medius, & motus verus, mediique, ac veri motus differentia inter ſe erunt ut ſector *NCT*, ſegmentum *NCH*, & triangulum *HCT*.

DEMONSTRATIO.

Quia dato Solis loco *C* in Ecliptica, & diſtantia *NC* a nodo *N* motus verus eſt ut CH^2, erit ſumma motuum omnium verorum pergente Sole ab *N* ad *C*, ut ſumma omnium CH^2, ſive ut *CT* ducta in circularem aream *CNH*. Rur-

G ſus

ſus erit ſumma motuum omnium mediorum ut ſumma omnium $\frac{1}{2} CT^2$, ſive ut circularis arcus NC in $\frac{1}{2} CT$ ductus, vel ut ſector NCT ductus in CT. Quare erit ſumma motuum omnium verorum ad ſummam mediorum motuum ut ſegmentum NCH ad ſectorem NCT, & motuum differentia erit ad motum totalem verum ut triangulum CHT ad ſegmentum NCH, ad motum autem medium totalem ut idem triangulum ad ſectorem NCT. *Q. E. D.*

Corollarium.

Quia triangulum CHT fit maximum ubi eſt $CH = HT$, in octantibus differentia motus medii, & motus veri evadet maxima. Et erit differentia eadem maxima ad motum medium ut $\frac{1}{4}$ ad $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} p$, ſcilicet ut dupla diameter ad integram peripheriam vel ut 20000 : 31415. Erit etiam differentia eadem ad totam præceſſionem annuam ut 2500 : 31415.

Propositio Vigesimaquinta.

In toto autem præceſſionis motu, neque axis inſtantaneus rotationis Terræ ab axe figuræ, neque totius compoſitæ rotationis velocitas a velocitate diurni motus ſenſibiliter aberrare poterit.

Demonstratio.

Primum colligitur ex 8., & 10. Propoſitione. Cum enim axis inſtantaneus rotationis ſemper eſſe debeat in plano, quod perpendiculare ſit rectæ a centro Terræ ad Solem, aut Lunam ductæ, ſi ſtatuamus motum omnem diurnum referri ad Solem, & ad Lunam, planumque illud circulariter revolvi, polus etiam inſtantaneus rotationis circa polum figuræ in terra circulariter aberrabit, eoque ampliorem circulum deſcribet, quo vires Luminarium potiores erunt, & maxima utriuſque poli diſtantia erit ipſe radius circuli, qui maximæ Lumina-

narium declinationis die deſcribetur. Jam vero quia juxta *Propoſ.* 21. angulus aberrationis axis inſtantanei rotationis ad motum præceſſionis ſe habet ut $\pi : 1$, & juxta *Coroll.* 1. ejuſdem *Prop.* maxima unius diei præceſſio eſſe debet $= \frac{2 \cdot 50''}{365}$ erit peripheria maximi illius circuli $= \frac{2\pi \cdot 50''}{365} = \frac{4 \cdot 50''}{5 \cdot 365} = \frac{24000'''}{365}$ $= 6 . 6'''$ circiter, quæ quantitas ſi diminuatur in ratione peripheriæ ad radium ſive 44 : 7, dabit aberrationem maximam 1''', quæ nullo modo ſenſibilis eſſe poterit. *Q. E.* primum.

Alterum ex primo infertur: Cum enim motus circa aliquam Æquatoris diametrum conceptus rotationis axem mutare ſenſibiliter non poſſit, neque poterit efficere ut compoſitæ totius rotationis motus a motu circa axem figuræ, ſive a motu diurno differat ſenſibiliter. *Q. E.* alterum.

COROLLARIUM PRIMUM.

Quia Luminarium ab Æquatore ad Tropicos declinantium vires augentur in duplicata ratione diſtantiæ a punctis Æquinoctialibus, polus etiam inſtantaneus rotationis Æquinoctiorum tempore a polo figuræ egreſſus, in duplicata illa ratione recedet uſque ad Solſtitia, & ſpiralem curvam deſcribet. Tum vero Luminarium viribus decreſcentibus, ut antea creverant, rotationis polus iiſdem gradibus, quibus antea receſſerat, accedet ad polum alium, & Luminaribus ad nodos rurſus delatis, rurſus cum polo figuræ congruet.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Locus medius poli, & axis inſtantanei rotationis ſemper erit polus, & axis Terræ. Sive enim major, ſive minor ſit conus, qui ab axe rotationis deſcribitur ſingulis diebus, circa axem figuræ in Terra quam proxime deſcribi debet. In ſpatio autem abſoluto figuræ axis, ſive axis medius circa axem verum, & inſtantaneum rotationis delatus cum tota Terra,

ſingulis temporis inſtantibus eo ampliores conos deſcribere incipiet, quo Luminarium vires majores erunt.

Corollarium Tertium.

Velocitas totius compoſiti diurni motus Luminaribus maxime ab Æquatore declinantibus evadet maxima, & ad velocitatem minimam ſe habebit ut radix ſummæ quadratorum ex momentis motus diurni, & Solarium, ac Lunarium virium ad momentum diurni motus. Hic ergo motus cum a viribus perturbatricibus minime afficiatur per *lem.* 2., ſi etiam componatur cum motu, qui oritur ex ipſis viribus, ſenſibiliter non augetur.

Propositio Vigesimasexta

Definire motum terreſtris axis circa lineam nodorum, & circa axem Eclipticæ.

Resolutio.

Vocetur dy angularis nodorum motus, & Ady ſit arcus quem regrediendo nodi in plano Eclipticæ deſcribunt, & arcus NN'' ſit $A\pi dy$. Qui per *Propoſ. antec.* rotationis axis in Terra cum axe figuræ ſenſibiliter ſemper eſt idem, erit $\frac{A\pi dy}{AG}$ angulus PTp, & $\frac{Aa\pi dy}{AG}$ arcus Pp, *fig.* 13., quem polus Telluris P circa lineam AB, & ſecundum TD deſcribet. Reſolvatur motus hujuſmodi in duos alios ſecundum TQ, DQ, ſive in $\frac{TQ\,.\,a\pi dy}{AG}$ & $\frac{DQ\,.\,a\pi dy}{AG}$. Quia ob æquales angulos DTQ, ATG eſt $AG = DQ$, & $TG = TQ$, erit etiam $\frac{TQ\,.\,a\pi dy}{AG} = \frac{TG\,.\,a\pi dy}{AG}$, & $\frac{DQ\,.\,a\pi dy}{AG} = a\pi dy$. Itaque polus inſtantaneus rotationis binos motus præſeferet quorum unus parallelle ad rectam TQ, & circa lineam Nn nodorum abſolvetur, inclinationemque Eclipticæ, & Æquatoris va-

variabit angulo $\frac{TG \,.\, \pi dy}{AG}$. Alter vero qui parallellus erit Eclipticæ, efficiet ut polus terræ P circa axem Eclipticæ TH circulariter rotetur angulo $\frac{a\pi dy}{HP} = \frac{a\pi dy}{a\pi} = dy$. Q. E. I.

COROLLARIUM PRIMUM.

Si ſit Pp arcus, quem polus Terræ circa diametrum Æquatoris AE deſcribit, tum vero ex P, & p in planum Eclipticæ demittantur perpendicula PV, pv, & ex p in PV perpendiculum aliud pu; erit angulus pHu, quem polus terræ circa axem Eclipticæ TH abſolvet æqualis angulo VTv. Itaque nodorum motus dy æquabitur angulo VTu, quem terreſtris axis projectio TV deſcribet in plano Eclipticæ.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Angulus $\frac{TG \,.\, \pi dy}{AG}$ metietur variationem horariam inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem, ſive axis terræ ad Eclipticam, & ſe habebit ad angularem nodorum motum ut $TG \,.\, \pi : AG$. Eſt vero $\frac{-d\pi}{\sqrt{(1-\pi^2)}}$ elementum anguli, cujus ſinus ſit π, & coſinus $\sqrt{(1-\pi^2)}$. Itaque erit etiam variatio eadem inclinationis $= \frac{-d\pi}{\sqrt{(1-\pi^2)}}$.

COROLLARIUM TERTIUM.

Si negligatur motus, qui ſolam inclinationem afficit, & ducatur planum PTM, quod ſit Eclipticæ, & lineæ nodorum perpendiculare; manifeſtum eſt motis nodis, & per totam Æquatoris peripheriam decurrentibus, planum ipſum, ac totam terram circa axem Eclipticæ revolvi oportere. Ita ex omnibus terræ oſcillationibus circa omnes diametros Æquatoris AB conceptis alius motus habebitur, qui nodos dum-

dumtaxat retrahet, & circa ſolum axem Eclipticæ abſolvetur.

Corollarium Quartum.

Axis terræ circa axem Eclipticæ duos conos ſibi invicem in centro obverſos deſignabit, & poli terræ circa polos Eclipticæ duos circulos. Quia vero nodorum motus æquabilis non eſt, iidem circuli æquabiliter non percurrentur, & velocitas maxima terreſtris poli ſolſtitiorum tempore habebitur, aliis autem temporibus velocitas proportionalis erit quadrato diſtantiæ Solis ab Æquinoctiis.

Corollarium Quintum.

Hoc ipſo motu cum terra circa axem Eclipticæ revolvatur ab Oriente in Occidentem, Stellæ fixæ, & alia cæleſtia corpora ab Occidente in Orientem progredi videbuntur, & retrocedentibus ſemper nodis, Stellarum longitudo, quæ a prima interſectione Eclipticæ, & Æquatoris ſupputatur, ſemper augebitur, & incrementum annuum longitudinis annuo nodorum motui æquale erit.

Propositio Vigesimaseptima.

Variatio inclinationis Eclipticæ, & Æquatoris erit in ratione compoſita ſinus, & coſinus diſtantiæ Solis ab Æquinoctiis.

Demonstratio.

Per *Coroll.* 2. *Prop.* 26. dato quolibet Solis loco erit horarius nodorum motus ad variationem horariam inclinationis Eclipticæ, & Æquatoris ut $AG : TG . \pi$, ſive erit variatio eadem inclinationis $= \frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} . CH^2 . TG . \tau . K dz}{AG . t . A^2 . k}$. Eſt vero juxta duodecimam propoſitionem $CH = \frac{A . Sin.V}{\pi}$, AG

$= A$

$= \frac{A \,.\, Sin.V \,.\, \sqrt{(1-\pi^2)}}{\pi \,.\, Cos.V} = \frac{CH \,.\, \sqrt{(1-\pi^2)}}{Cos.V}$, adeoque $TG = \sqrt{(A^2 - AG^2)} = \sqrt{\left(\frac{A^2 \,.\, Cos.V^2 - CH^2 \,.\, (1-\pi^2)}{Cos.V^2}\right)} = \sqrt{\left(\frac{A^2\left(1-\frac{CH^2 \,.\, \pi^2}{A^2}\right) - CH^2 \,.\, (1-\pi^2)}{Cos.V^2}\right)} = \frac{TH}{Cos.V}$. Itaque erit variatio horaria inclinationis $= \frac{3\pi \,.\, CH \,.\, TH \,.\, K \,.\, dz}{t \,.\, A^2 \,.\, k}$. *Q. E. D.*

COROLLARIUM PRIMUM.

In quadrantibus NTL, nTl, *fig.* 12., ſive Sole ab Æquinoctiis ad Solſtitia pergente augebitur inclinatio Eclipticæ ad Æquatorem. Sole autem redeunte ad Æquinoctia, ob rectangulum $CH \,.\, TH$ in quadrantibus LTn, lTN negativum, minuetur iiſdem gradibus, quibus antea augebatur, & poſt quamlibet Solis revolutionem Eclipticæ obliquitas ad ſtatum priſtinum redibit. Variatio horaria obliquitatis evadet maxima in ſingulis octantibus, in quibus rectangulum $CH \,.\, TH$ eſt maximum, & in locis aliis hinc inde æqualiter diſſitis ab octantibus æqualiter variabitur.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Et erit præceſſio horaria Æquinoctiorum ad variationem horariam inclinationis Eclipticæ, & Æquatoris ut $\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \,.\, CH^2 \,.\, Kdz}{tA^2 \,.\, k} : \frac{3\pi \,.\, CH \,.\, TH \,.\, Kdz}{tA^2 \,.\, k}$, ſive ut $\sqrt{(1-\pi^2)} \,.\, CH : \pi \,.\, TH$: ſcilicet erit tangens $\frac{CH}{TH}$ diſtantiæ Solis ab Æquinoctiis ad tangentem $\frac{\pi}{\sqrt{(1-\pi^2)}}$ obliquitatis Eclipticæ, ut præceſſio horaria Æquinoctiorum ad variationem horariam ejuſdem obliquitatis.

Co-

Corollarium Tertium.

Eſt vero ſumma omnium $CH.TH.dz$, aut $CH.TH.A.Cc$, ſive $\frac{CH.TH.A^2.Hb}{CH}$, quo tempore Sol tendit ab N ad $C = \frac{1}{2}A^2(A^2 - TH^2) = \frac{1}{2}A^2.CH^2$. Eſt etiam ſumma omnium $CH^2.dz$ æqualis quadrato A^2 ducto in ſegmentum circulare NCH. Tota igitur præceſſio Æquinoctiorum ad variationem totam inclinationis erit ut $\sqrt{(1-\pi^2)}.NCH : \frac{1}{2}\pi.CH^2$, in ratione ſcilicet compoſita coſinus, & ſinus obliquitatis Eclipticæ, & ſegmenti NCH ad dimidium quadratum ſemiordinatæ CH.

Corollarium Quartum.

Et quia pergente Sole ab Æquinoctiis ad Solſtitia ſumma omnium $CH.TH.dz$ eſt $\frac{1}{2}A^4$, erit variatio tota inclinationis $= \frac{3\pi.\varphi a.90^\circ}{2t.\frac{1}{4}pA} = \frac{6\pi.\varphi a.90^\circ}{tpA} = 1'' \; 55'''$ in hypotheſi terræ ſolidæ, & homogeneæ, ac poſita $A : \varphi a = 178 : 1$. Dupla igitur eſt variatio, quam Cl. Sylvabellius ſtatuerat *probl.* 14. *num.* 28.

Corollarium Quintum.

Denique variatio tota inclinationis erit quarta proportionalis ad $\frac{1}{4}p$, $\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)}.\varphi a.90^\circ}{2tA}$, & $\frac{\pi}{\sqrt{(1-\pi^2)}}$: ſcilicet *motus Solis erit ad motum Æquinoctiorum vi Solis genitum, ut tangens inclinationis mediocris Eclipticæ ad Æquatorem ad tangentem variationis totius ejuſdem inclinationis*: Quod eſt elegans Cl. Walmesley theorema.

Pro-

PROPOSITIO VIGESIMAOCTAVA.

Si Sol non in circulo SRC, *fig.* 14., sed in Ellipsi MPB revolvatur, erit horarius nodorum motus in circulo ad motum horarium in ellipsi, ut distantia Solis in ellipsi, ad distantiam Solis in circulo: & si radius circuli æquetur semiaxi majori ellipseos motus etiam annuus in circulo, & in ellipsi idem erit.

DEMONSTRATIO.

Pars prior. Motus horarius nodorum habitus eo tempore, quo Sol in circulo SRC absolvit arcum Ss erit ad motum horarium nodorum eo tempore habitum, quo Sol in ellipsi absolveret arcum Pp, directe ut tempus, & reciproce ut cubus distantiæ Solis a centro T, sive, ob areas in circulo, & in ellipsi proportionales temporibus, ut $\frac{STs}{ST^3}$: $\frac{PTp}{PT^3}$. Est vero area $PTp = \frac{1}{2}PT \cdot Pm = \frac{PT \cdot Ss}{2ST} = \frac{STs \cdot PT^2}{2ST^2}$. Itaque erunt iidem motus ut $\frac{1}{ST} : \frac{1}{PT}$, sive nodorum motus in circulo ad motum nodorum in ellipsi se habebit ut distantia Solis in ellipsi ad distantiam Solis in circirculo. *Q. E.* 1.*m*.

Pars altera. Ducatur PSB parallella majori axi MTN, & sit L alter focus ellipseos. Erit $BT = PL$, & motus horarius nodorum habitus eo tempore, quo Sol in circulo absolvet binos arcus Ss, Bb, erit ad motum horarium nodorum eo tempore habitum, quo Sol in circulo absolvet arcus Pp, Hb, ut $PT + BT : 2ST = PT + PL : 2ST$, scilicet in ratione æqualitatis. Quod quidem cum in punctis omnibus locum habeat, idem erit horarius nodorum motus, sive Sol in ellipsi, sive in circulo moveatur, cujus diameter æquetur axi majori ellipseos. *Q. E.* alterum.

Corollarium Primum.

Quia motus horarius nodorum dum Sol in Ellipſi, & in circulo abſolvet arcus $Pp + Hb$, & $Ss + Bb$, ubique eſt in conſtanti ratione $RQ : MN$, ſi ſemiaxis major ellipſeos radio circuli non ſit æqualis, nodorum motus annuus augebitur, aut imminuetur in ſimplici ratione ipſius ſemiaxis, aut imminuti, aut aucti.

Corollarium Secundum.

Et quia ſumma linearum TP, & PL æquatur ſemper axi majori MN, ſi eodem axe majore MN, & minore alio axe deſcribatur ellipſis alia, idem erit annuus nodorum motus, ſive in una ex his ellipſibus, ſive in altera Sol revolvatur. In utraque enim ellipſi delato Sole annuus nodorum motus æquabitur motui, qui annis ſingulis haberetur ubi Sol circulum diametro MM deſcriptum circa centrum T paragraret.

Corollarium Tertium.

Et erit differentia motus horarii in ellipſi, & in circulo ad totalem motum in circulo ut $PS : PT$, ſcilicet erit eadem differentia $= \frac{3\sqrt{(1 - \pi^2)} . CH^2 . Kdz}{2A^2 . k} . \frac{PS}{PT}$. Quare cum ellipſis a Sole circa terram deſcripta tam proxime accedat circulo, ut poſſit negligi productum differentiæ PS diſtantiarum PT, ST in differentiam ſemiaxium terreſtrium, & annuus, & horarius nodorum motus idem cenſeri poterit ac ſi in mediocri diſtantia a Sole circulus circa terram deſcriberetur.

Propositio Vigesimanona.

Determinare præceſſionem Æquinoctiorum ſolius terræ, quæ exterius, ſublato interiore globo relinqueretur.

Re-

RESOLUTIO.

Per *prop.* 19. esset $\frac{3S\pi\surd(1-\pi^2)\,.\,CH^2\,.\,Adt^2}{4AG\,.\,ST^3\,.\,a^2ds}$ tangens anguli comprehensi inter axem terræ, & axem instantaneum rotationis, quē ex momento diurni motus, & momento Solarium virium componeretur. Hoc dato evaderet $NN'' = \frac{3S\pi\surd(1-\pi^2)\,.\,CH^2\,.\,Adt^2}{4ST^3\,.\,a^2ds}$, & $NN' = \frac{3S\surd(1-\pi^2)\,.\,CH^2\,.\,Adt^2}{4ST^3a^2ds}$, & angularis nodorum motus erueretur $= \frac{3S\surd(1-\pi^2)\,.\,CH^2\,.\,dt^2}{4ST^3\,.\,a^2ds} = \frac{3(\surd 1-\pi^2)\,.\,CH^2\,.\,ST^2\,.\,g^2dz^2}{4a^2g^2tdz\,.\,ST^2} = \frac{3\surd(1-\pi^2)\,.\,CH^2\,.\,dz}{4a^2t}$. *Q. E. I.*

COROLLARIUM.

Motus medius nodorum terræ solius exterioris esset $= \frac{3\surd(1-\pi^2)\,.\,A^2dz}{8a^2t} = \frac{3\surd(1-\pi^2)(2+2\varphi)dz}{8t}$. Est vero motus medius nodorum totius terræ $= \frac{3\surd(1-\pi^2)\,.\,\varphi a^2dz}{2tA^2}$. Quare erunt motus medii inter se ut $A^4 : 4\,\varphi\,a^4$, scilicet ut momenta totius terræ, & terræ exterioris circa axem revolutæ.

PROPOSITIO TRIGESIMA.

Invenire motum nodorum terræ exterioris, si circa Æquatorem inscriptæ sphæræ ad modum annuli uniformiter distribueretur.

RESOLUTIO.

Per *prop.* 20. exteriore terra ad annulum solidum redacta, qui Æquatori globi interioris circumponatur, esset tan-

gens deviationis axis $= \frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2 \cdot dt^2}{2AG \cdot ST^3 \cdot ads}$. Quo dato eadem methodo, qua in propositionibus antecedentibus usi sumus, eruetur $NN'' = \frac{3S\pi\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2 \cdot dt^2}{2ST^3 \cdot ads}$, & $NN' = \frac{3S\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2 \cdot dt^2}{2ST^3 \cdot ads}$, & angularis nodorum motus prodibit $= \frac{3S\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2 \cdot dt^2}{2ST^3 \cdot a^2ds} =$ $\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2 \cdot dz}{2a^2t}$, & motus medius $= \frac{3\sqrt{(1-\pi^2)}dz}{4t}$. *Q. E. I.*

COROLLARIUM PRIMUM.

Si Luna aliqua unius diei spatio in terrestri Æquatore revolveretur, per *coroll.* 1., & 2. *prop.* 30. *lib.* 3. *Princip. Mathem.* Newtoni, motum verum nodorum haberet in loco $A = \frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2 \cdot dz}{a^2t}$, & motum medium in una revolutione $= \frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot CH^2 \cdot dz}{2a^2t}$, & motum medium annuum pro quolibet Solis loco $= \frac{3\sqrt{(1-\pi^2)} \cdot dz}{4t}$. Constat igitur, quod Newtonus hypotheseos loco assumpserat, quod scilicet *si annulus prædictus, terra omni reliqua sublata, solus in orbe terræ, motu annuo circa Solem ferretur, & interea circa axem suum ad planum Eclipticæ in angulo gradum* 23 $\frac{1}{2}$ *inclinatum, motu diurno revolveretur; idem foret motus punctorum Æquinoctialium, sive annulus iste fluidus esset, sive is ex materia rigida, & firma constaret.*

COROLLARIUM SECUNDUM.

Motus medius nodorum annuli erit ad motum medium nodorum terræ exterioris ut 2 : 1. Quare cum vires a Sole exer-

ercitæ in exteriorem terram prout ad ſolidum Æquatoris annulum reducitur, aut jacet in locis ſuis, ſint inter ſe ut $5 : 2$, alia erit ratio virium, alia motus medii nodorum annuli, & totius terræ exterioris: atque hic error Newtoni erit, qui motum medium nodorum annuli $\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,dz}{4t}$ in ratione virium minuendo, motum medium nodorum terræ exterioris circa incluſum globum diſpoſitæ definivit $\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,dz}{10\,t}$.

SCHOLION.

Newtonus hunc motum medium nodorum terræ exterioris, aut relictæ prout jacet, aut ad ſolidum Æquatoris annulum redactæ, & iiſdem viribus Solaribus, quas patitur in locis ſuis, agitatæ, tranſeundo ad terram totam minuendum cenſuit in ratione quantitatis motus in annulo ad quantitatem motus in annulo, & globo incluſo, ſive in ratione $1000000\, A^2 - 74725\, a^2 : 1000000\, (A^2 - a^2)$, & præceſſionem annuam Æquinoctiorum eruit $\frac{3000000\,(A^2 - a^2)\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,360^\circ}{10\,.\,t\,(1000000\,A^2 - 74725\,a^2)}$, aut $9''$ circiter, poſita differentia ſemiaxium $= \frac{1}{230}$. Si motus medius nodorum terræ exterioris, tranſeundo ad terram totam minuendus eſſet in ratione quantitatis motus, quæ in exteriore terra, & terra tota circa eamdem Æquatoris diametrum oſcillante deprehenditur, per *Coroll.* 1. *Propoſ.* 4., prodiiſſet annua præceſſio Æquinoctiorum $\frac{3\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,\varphi a\,.\,360^\circ}{4At}$, ſcilicet duplo minor quam *Propoſ.* 21. & 22. inventa ſit, ac fere $= 10''\, 36'''$. Correcta igitur diſtributione motus, quæ non eodem penitus modo fit, ſive exterior terra conſiſtat in locis ſuis, ſive ad annulum ſolidum reducatur Æquatori ſphæræ interioris circumpoſitum, Newtonianæque methodo preſſius

in-

inhærendo, nonnisi $1\frac{1}{2}''$ augeretur præcessio annua, & adhuc præcessionis veræ dimidia esset. Juxta *Coroll. Propos.* 3. adhuc dimidia præcessionis quantitas erueretur si motus medius nodorum terræ exterioris deberet minui in ratione quantitatis momentorum annuli circa aliquam diametrum revoluti ad quantitatem momentorum annuli, & globi inclusi: ut recte etiam ab Alembertio notatum est *cap.* 14. *num.* 143. & 144. Verum licet momentum annuli ad momentum globi fere se habeat ut quantitas motus terræ exterioris dispositæ in locis suis ad quantitatem motus inclusi globi; momentum tamen terræ exterioris ad momentum globi minime se habet ut quantitas ad quantitatem motûs. Per *Cor.* 2. *Prop.* 5. differentia momentorum sphæræ, & sphæroidis est ad momentum sphæroidis totius circa aliquam Æquatoris diametrum oscillantis ut $3\phi a^3 : A^3$, &, si motus fiat circa axem, ut $4\phi a^4 : A^4$. Tripliciter ergo a Newtono in solutione hujus problematis erratum est: primo quod ad motum medium nodorum terræ exterioris definiendum minuere voluit motum medium nodorum annuli in ratione virium a Sole in totam exteriorem terram exercitarum, prout jacet in locis suis, aut ad ad solidum Æquatoris annulum reducitur: deinde quod in communicatione motus, quæ in corporibus oscillantibus, ac rotantibus fieri potest, eamdem quantitatem motus, ut in corporibus libere impulsis, ac motis, tueri censuit, & non potius eamdem quantitatem momentorum, quæ ex massa, & velocitate uniuscujusque particulæ metiuntur, & ex distantia ab axe motus: tertio quod habita ratione diurni motus, neque idem quidem momentum virium conservatur, & motus terræ exterioris transeundo ad terram totam minuitur in ratione momentorum totius terræ, & terræ exterioris non circa diametrum Æquatoris, sed circa axem diurni motus revolutæ. Hæc quæ in *Prop.* 6. & *Coroll. Prop.* 29., & 30. satis attigimus, rationem omnem dissensus, qui nostram inter, ac Newtonianam solutionem problematis intercedit, manifestam, ac certam faciunt. Sylvabellius vero in Transactionibus Philosophicis ad eamdem fere Newtoni solutionem

di-

diverſa methodo pervenit, ea potiſſimum de cauſſa, quod *par.* 2. *de præc. Æquin. ſect.* 4. *n.* 27. vim centripetam æqualem fecerit quadrato arcus non per radium, ſed per diametrum circuli diviſo, ut ſupra jam adnotavimus. Hic idem plane error eſt, quem olim Grandius Varignonio, aliiſque alii objecerunt. In quo quidem Grandio, Alembertio, aliiſque Mathematicis præclariſſimis nequeo non ſuffragari. Cum enim vis centripeta metiri debeat ex velocitate, quæ per ſinum verſum dati arcus cadendo gigneretur, & eadem velocitate, quæ motu æquabiliter accelerato gignitur, eodem tempore uniformiter continuata duplus ſinus verſus abſolvi poſſit; vis centripeta exprimetur duplo ſinu verſo, aut duplo quadrato arcus per diametrum diviſo, ſive quadrato arcus diviſo per ſolum radium. Utique etiam Eulerus *num.* 31. eamdem vis centripetæ expreſſionem retinuit, quam Sylvabellius, & Varignonius uſurpaverat. Quia vero *num.* 26. *prob.* 3. tangentem deviationis axis diurni motus non $\frac{5 S d t^2}{2 M a^2 d s}$, ſed $\frac{5 M a^2 d s}{4 S d t^2}$ ſtatuit, hiſce omnibus compenſatis ad eamdem ſolutionem problematis, quam *Coroll.* 2. *Propoſ.* 21. attigimus, pervenit.

PARS QUARTA.

De Præceſſionis Æquationibus ex Luna ortis.

LEMMA PRIMUM.

DAta inclinatione Lunaris orbitæ ad Eclipticam, & diſtantia nodorum Æquatoris, & Lunaris orbitæ cum Ecliptica invenire diſtantiam nodorum Lunaris orbitæ, & Eclipticæ cum Æquatore.

Sint N, n, *fig.* 7., duo puncta in quibus Æquator $ANBn$ ſecat Eclipticam CNn: M, & m puncta, in quibus Æquator ſecat Lunarem orbitam DMm: O, & o interſectiones

nes

tes Lunaris orbitæ cum Æquatore. Sit insuper N punctum Æquinoctii verni, & M nodus descendens Lunæ, ac denique vocetur $\pm q$ cosinus arcus MN, l vero, & $\sqrt{(1-l^2)}$ sinus, & cosinus inclinationis Lunaris orbitæ ad Eclipticam. In triangulo sphærico obliquangulo MON erit sinus anguli MON ad sinum anguli OMN, ut sinus arcus MN priori angulo oppositi ad sinum arcus ON, sive erit sinus arcus $ON = \frac{Sin.\, MN\,.\, Sin.\, OMN}{Sin.\, MON} = \frac{\sqrt{(1-q^2)}\,.\, Sin.\, OMN}{Sin.\, AOD} = \frac{l\,.\,\sqrt{(1-q^2)}}{Sin.\, AOD}$ *Q. E. I.*

LEMMA SECUNDUM.

Dato nodorum loco, & inclinatione Lunaris orbitæ ad Eclipticam, & Eclipticæ ad Æquatorem invenire inclinationem Lunaris orbitæ ad Æquatorem.

Ex M ducatur arcus circuli maximi MP plano Æquatoris perpendicularis. Erit in triangulo sphærico rectangulo MPN sinus anguli NMP ad sinum anguli OMP, ut cosinus anguli MNP ad cosinum anguli MOP, adeoque erit $Cos.\, MOP = \frac{Sin.\, OMP\,.\, Cos.\, MNP}{Sin.\, NMP}$. Quia vero angulus OMP est differentia duorum angulorum NMP, NMO, erit $Sin.\, OMP = Sin.\, NMP\,.\, Cos.\, NMO - Sin.\, NMO\,.\, Cos.\, NMP$, & $Cos.\, MOP$ evadet $= Cos.\, MNP\,.\, Cos.\, NMO - \frac{Sin.\, NMO\,.\, Cos.\, MNP\,.\, Cos.\, NMP}{Sin.\, NMP}$. Denique cum sit cosinus arcus MN ad sinum totum ut tangens complementi anguli PNM ad tangentem anguli NMP, sive $Cos.\, MN$, ad sinum totum ut $\frac{Cos.\, MNP}{Sin.\, MNP}$ ad $\frac{Sin.\, NMP}{Cos.\, NMP}$, prodibit $\frac{Cos.\, NMP}{Sin.\, NMP} = \frac{Cos.\, MN\,.\, Sin.\, MNP}{Cos.\, MNP}$, & $Cos.\, MOP = Cos.\, MNP\,.\, Cos.\, NMO - Sin.\, NMO\,.\, Sin.\, MNP\,.\, Cos.\, MN$, & substitutis speciebus evadet cosinus inclinationis Lunaris orbitæ ad Æquatorem $= \sqrt{(1-\pi^2)}\,\sqrt{(1-l^2)} \mp \pi l q$, sinus vero $= \sqrt{[\pi^2}$

(1

$(1-l^2)+l^2 \pm 2\pi l q \sqrt{(1-\pi^2)}\sqrt{(1-l^2)}-\pi^2 l^2 q^2]$, aut neglecto l^2 ob parvitatem $= \pi\sqrt{(1-l^2)} \pm l q \sqrt{(1-\pi^2)}$. *Q. E. I.*

LEMMA TERTIUM.

Dato ſinu diſtantiæ Lunæ ab interſectionibus Lunaris orbitæ, & Æquatoris invenire ſinum diſtantiæ a punctis Æquinoctialibus.

Pro quovis nodorum loco eſt $AG = Sin.\ AO\ .\ Cos.\ NO \mp Cos.\ AO\ .\ Sin.\ NO$. Quia vero terminus $\mp Cos.\ AO\ .\ Sin.\ NO$ ambiguo ſigno per totam peripheriam deſtruitur, cenſeri poterit $AG = Sin.\ AO\ .\ Cos.\ NO =$

$$Ag.\sqrt{\left(1-\frac{l^2(1-q^2)}{Sin.\ AOD^2}\right)} = \frac{Ag\ .}{Sin.\ AOD}\sqrt{\left(Sin.\ AOD^2 - l^2(1-q^2)\right)} =$$

$$\frac{Ag\ .}{Sin.\ AOD}\sqrt{\left(\pi^2(1-l^2)+l^2 \pm 2\pi l q\sqrt{(1-\pi^2)}\sqrt{(1-l^2)}-\pi^2 l^2 q^2 - l^2(1-q^2)\right)} =$$

$$\frac{Ag\ .}{Sin.\ AOD}\sqrt{\left(\pi^2(1-l^2 \pm 2\pi l q\sqrt{(1-\pi^2)}\sqrt{(1-l^2)}+l^2q^2(1-\pi^2)\right)} =$$

$$\frac{Ag}{Sin.\ AOD}\left(\pi\sqrt{(1-l^2)} \pm l q\sqrt{(1-\pi^2)}\right)$$, aut quam proxime $= Ag$.

Q. E. I.

PROPOSITIO TRIGESIMAPRIMA.

Determinare præceſſionem Æquinoctiorum, quæ vere ex Luna oritur.

RESOLUTIO.

Quia per *Prop.* 18. axis rotationis Terræ ob vires Lunæ ab axe figuræ declinat angulo, cujus tangens eſt $=$

$$\frac{3L\ .\ Sin.\ AOD\ .\ Cos.\ AOD\ .\ Dh^2\ .\ Kdt^2}{A\ .\ Ag\ .\ LT3\ .\ kds}$$, erit perpendiculum ex N demiſſum in planum novi Æquatoris $=$

$$\frac{3L\ .\ Sin.\ AOD\ .\ Cos.\ AOD\ .\ Dh^2\ .\ AG\ .\ Kdt^2}{A\ .\ Ag\ .\ LT3\ .\ kds}$$, & motus nodo-

rum

rum Æquatoris vi Lunæ genitus =

$$\frac{3L \,.\, Sin.AOD \,.\, Cos.AOD \,.\, Db^2 \,.\, AG \,.\, Kdt^2}{\pi \,.\, A^2 \,.\, Ag \,.\, LT^3 \,.\, kds}$$, aut potius =

$$\frac{3Q \,.\, Sin.AOD \,.\, Cos.AOD \,.\, Db^2 \,.\, AG \,.\, Kdz}{\pi k t A^2 \,.\, Ag}$$, si vis perturbatrix Solis ad vim perturbatricem Lunæ se habeat ut $1 : Q$. Hoc dato per lemma 3. evadet motus idem nodorum quam proxime = $\frac{3Q \,.\, Sin.AOD \,.\, Cos.\, AOD \,.\, Db^2 \,.\, Kdz}{\pi k t A^2}$, & per lemma 2. substituendo valorem sinus, & cosinus fiet =

$$\frac{3Q \,.\, Db^2 \,.\, Kdz}{\pi k t A^2}\left(\sqrt{(1-\pi^2)}\sqrt{(1-l^2)} \mp \pi l q\right)\left(\pi\sqrt{(1-l^2)} \pm lq\sqrt{(1-\pi^2)}\right) =$$

$$\frac{3Q \,.\, Db^2 \,.\, Kdz}{\pi k t A^2}\left(\pi\sqrt{(1-\pi^2)(1-l^2)} \pm \left((1-\pi^2)-\pi^2\right)lq\sqrt{(1-l^2)} - \pi l^2 q^2\sqrt{(1-\pi^2)}\right)$$

Q. E. I.

COROLLARIUM PRIMUM.

Data igitur positione nodorum Lunaris orbitæ cum Ecliptica verus præcessionis motus augebitur in duplicata ratione distantiæ Lunæ a nodis ipsis, & si pro Db^2 substituatur valor medius $\frac{1}{2} A^2$, erit motus medius nodorum Eclipticæ, & Æquatoris vi Lunæ genitus =

$$\frac{3Q \,.\, Kdz}{2\pi k t}\left(\pi\sqrt{(1-\pi^2)(1-l^2)} \pm \left((1-\pi^2)-\pi^2\right)lq\sqrt{(1-l^2)} - \pi l^2 q^2\sqrt{(1-\pi^2)}\right)$$

COROLLARIUM SECUNDUM.

Et erit $\frac{3Q \,.\, Kdz}{2kt}\sqrt{(1-\pi^2)(1-l^2)}$ motus medius nodorum eorumdem pro loco quolibet nodorum Lunaris orbitæ, & Eclipticæ: æquatio autem motus medii pendens ex vario loco nodorum Lunaris orbitæ erit

$$\frac{3Q \,.\, Kdz}{2\pi k t}\left(\pm\left((1-\pi^2)-\pi^2\right)\sqrt{(1-l^2)}\,lq - \pi l^2 q^2\sqrt{(1-\pi^2}\right)$$, sive

dumtaxat $\pm\frac{3Q \,.\, Kdz}{2\pi k t}\left((1-\pi^2)-\pi^2\right)\sqrt{(1-l^2)}\,lq$, ob modicam in-

cli-

clinationem Lunaris orbitæ negligendo terminum quantitate l^2 affectum.

Corollarium Tertium.

In regressu nodi ascendentis Lunaris orbitæ ab Æquinoctio verno ad solstitium hyemale motus verus nodorum Æquatoris, & Eclipticæ major erit medio in ratione cosinus distantiæ nodi ascendentis ab Æquinoctio. Nodo ascendente ab hyemali Solstitio tendente ad Æquinoctium autumnale motus verus iisdem gradibus imminuetur, quibus antea augebatur, ac demum æquabitur motui medio ubi nodus ascendens pervenerit ad ipsum autumnale Æquinoctium. In altera semirevolutione nodorum Lunaris orbitæ contrarium accidet, & motus verus semper motu medio erit minor.

Propositio Trigesimasecunda.

Invenire differentiam inter motum medium præcessionis, & motum maximum, sive minimum, qui pendet ex vario loco nodorum Lunaris orbitæ, & Æquatoris.

Resolutio.

Juxta secundum, ac tertium propositionis antecedentis corollarium nodo ascendente in punctis Æquinoctialibus constituto differentia inter motum medium præcessionis, & motum verum evadet maxima, & erit = $\frac{\pm 3Q \,.\, Kdz}{2\pi kt}\left((1-\pi^2)-\pi_2\right)\sqrt{(1-l^2)} \,.\, l$. Itaque ad motum medium præcessionis $\frac{3Q \,.\, Kdz}{2kt}\sqrt{(1-\pi^2)}(1-l^2)$ differentia eadem maxima se habebit ut $\pm\left((1-\pi^2)-\pi^2\right) \,.\, l : \pi\sqrt{(1-\pi^2)}\sqrt{(1-l^2)}$. Quare si in punctis Æquinoctialibus semper maneret nodus ascendens Lunaris orbitæ, & media præcessio annua ex viribus Lunæ orta vocaretur $\mathcal{P}$, esset differentia mediæ,

& maximæ, aut minimæ præceſſionis =

$$\frac{\pm P \cdot ((1-\pi^2)-\pi^2) \cdot l}{\pi \sqrt{(1-\pi^2)} \sqrt{(1-l^2)}} \cdot \text{Q. E. I.}$$

Corollarium Primum.

Eſt vero $(1-\pi^2)-\pi^2 = 2(1-\pi^2)-1$, qui eſt coſinus duplæ inclinationis Eclipticæ, & Æquatoris, atque eſt $\pi\sqrt{(1-\pi^2)}$ dimidium ſinus ejuſdem duplæ inclinationis, adeoque eſt $\frac{\pi\sqrt{(1-\pi^2)}}{(1-\pi^2)-\pi^2}$ dimidia tangens duplæ ejuſdem inclinationis. Itaque tangens duplæ inclinationis Eclipticæ, & Æquatoris ſe habebit ad duplam tangentem inclinationis Eclipticæ, & Lunaris orbitæ ut præceſſio annua mediocris Æquinoctiorum vi Lunæ genita ad differentiam inter præceſſionem mediam, & maximam, ſive minimam.

Corollarium Secundum.

Si ob modicam inclinationem Lunaris orbitæ pro $\sqrt{(1-l^2)}$ ſcribatur 1 prodibit aliud plane elegans Cl. Walmesley theorema: ſcilicet *erit tangens duplicatæ inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem ad ſinum duplicatæ inclinationis orbitæ Lunaris ad Eclipticam ut præceſſio annua mediocris vi Lunæ genita ad differentiam inter præceſſionem mediocrem, & maximam, ſive minimam.*

Propositio Trigesimatertia.

Dato loco nodorum Lunaris orbitæ invenire æquationem totam motus medii præceſſionis.

Resolutio.

Summa motuum omnium mediorum erit ad totam præceſſionis æquationem, quo tempore nodus aſcendens Lunæ per

per datum arcum Eclipticæ MN regredietur ut ſumma omnium $\pi\sqrt{(1-\pi^2)(1-l^2)}$ ad ſummam omnium $\pm\left((1-\pi^2)-\pi^2\right)\sqrt{(1-l^2)}\,.\,lq-\pi\sqrt{(1-l^2)}\,.\,l^2q^2$, ſive ut ſumma omnium $\frac{\pi\sqrt{(1-\pi^2)(-l^2)}.dq}{\sqrt{(1-q^2)}}$ ad ſummam omnium $\pm\left((1-\pi^2)-\pi^2\right)\frac{\sqrt{(1-l^2)}.lqdq}{\sqrt{(1-q^2)}}-\frac{\pi\sqrt{(1-\pi^2)}.l^2q^2dq}{\sqrt{(1-q^2)}}$. Eſt vero ſumma omnium $\frac{\pi\sqrt{(1-\pi^2)(1-l^2)}.dq}{\sqrt{(1-q^2)}}=\pi\sqrt{(1-\pi^2)(1-l^2)}\,.\,MN$, & ſumma omnium $\pm\left((1-\pi^2)-\pi^2\right)\frac{\sqrt{(1-l^2)}lqdq}{\sqrt{(1-q^2)}}=\pm\left((1-\pi^2)-\pi^2\right)\sqrt{(1-l^2)}\,.\,l\,.\,Sin.\,MN$, ac denique eſt ſumma omnium $\frac{q^2dq}{\sqrt{(1-q^2)}}=-q\sqrt{(1-q^2)}+Sdq\sqrt{(1-q^2)}$. Itaque motus medius præceſſionis Æquinoctiorum erit ad totam medii motus æquationem ut $\pi\sqrt{(1-\pi^2)(1-l^2)}\,.\,MN:\pm\left((1-\pi^2)-\pi^2\right)\sqrt{(1-l^2)}\,.\,l\,.\,Sin.\,MN+\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,l^2\,.\,Sin.\,MN\,.\,Cos.\,MN-\pi\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,l^2\,.\,Sdq\sqrt{(1-q^2)}$. Q. E. I.

COROLLARIUM PRIMUM.

Quia ſumma omnium $\pm\left((1-\pi^2)-\pi^2\right)\sqrt{(1-l^2)}\,.\,lq$ proportionalis eſt ſinui arcus MN, qui metitur diſtantiam nodi aſcendentis Lunaris orbitæ a puncto verni Æquinoctii, reliqui autem termini, qui æquationem totalem exprimunt, multiplicantur per l^2, adeoque ob parvitatem negligi poſſunt; tota mediocris motus præceſſionis Æquinoctiorum æquatio augebitur in ſimplici ratione ſinus diſtantiæ nodi aſcendentis Lunaris orbitæ a puncto verni Æquinoctii quam proxime.

Co-

Corollarium Secundum.

Quo tempore nodus ascendens Lunæ ab Æquinoctio ad Solstitium regredietur, erit tota præcessio media Æquinoctiorum ad totam præcessionis æquationem ut $\pi\sqrt{(1-\pi^2)}(1-l^2).\frac{1}{4}p : \pm\left((1-\pi^2)-\pi^2\right)\sqrt{(1-l^2)}.l-\pi\sqrt{(1-\pi^2)}.l^2.\frac{1}{8}p$, aut negligendo posteriorem terminum ob parvitatem ipsius l^2, & scribendo 1 pro $\sqrt{(1-l^2)}$, erit tota præcessio media ad differentiam veræ, & mediæ præcessionis ut $1 : \frac{\pm\left((1-\pi^2)-\pi^2\right).l}{\pi\sqrt{(1-\pi^2)}.\frac{1}{4}p}$.

Corollarium Tertium.

Quare si motus medius nodi ascendentis Lunaris orbitæ ad motum medium præcessionis Æquinoctiorum vi Lunæ genitum se habeat ut $m : 1$, quo tempore nodus ascendens absolvet arcum 90°, erit motus medius præcessionis $= \frac{1}{m}90°$, & mediæ, ac veræ præcessionis differentia erit $= \frac{\pm\left((1-\pi^2)-\pi^2\right).l.90°}{m\pi\sqrt{(1-\pi^2)}.\frac{1}{4}p}$.

Corollarium Quartum.

Cum vero sit $\frac{2[(1-\pi^2)-\pi^2]}{\pi\sqrt{(1-\pi^2)}}$ tangens inclinationis duplæ Æquatoris ad Eclipticam, & $2l$ duplus sinus inclinationis Lunaris orbitæ ad Eclipticam, aut proxime sinus inclinationis duplæ; aliud habebitur Cl. Walmesley theorema: *est tangens duplicatæ inclinationis Æquatoris, & Eclipticæ ad radium ut sinus duplicatæ inclinationis orbis Lunaris, &*

& Eclipticæ ad ſinum quemdam, tumque eſt motus medius nodorum ad motum medium Æquinoctiorum vi Lunæ genitum ut ſinus mox inventus ad ſinum æquationis Æquinoctiorum maximæ.

PROPOSITIO TRIGESIMAQUARTA.

Invenire motum medium præceſſionis, quæ ex Luna oritur, pro qualibet nodorum Lunaris orbitæ revolutione.

RESOLUTIO.

Quia dato loco nodorum Lunaris orbitæ motus medius præceſſionis per *Coroll.* 1. *Propoſ.* 31. eſt = $\frac{3QKdz}{2\pi kt}\left(\pi\sqrt{(1-\pi^2)(1-l^2)} \pm [(1-\pi^2)-\pi^2].lq\sqrt{(1-l^2)} - \pi l^2 q^2 \sqrt{(1-\pi^2)}\right)$, & termini $\pm q$ una nodorum eorumdem revolutione ſe mutuo deſtruunt, atque eſt inſuper $\frac{3QKdz}{2tk}\sqrt{(1-\pi^2)}$ præceſſio media, quam Luna gigneret ſi in plano Eclipticæ revolveretur; erit præceſſio in hypotheſi Lunæ revolutæ in Ecliptica ad præceſſionem mediam veram, ut ſumma omnium radiorum ad ſummam totidem $(1-l^2)-l^2q^2$, ſive ut ſumma omnium $\frac{dq}{\sqrt{(1-q^2)}}$ ad ſummam omnium $\left((1-l^2)-l^2q^2\right)\frac{dq}{\sqrt{(1-q^2)}}$, ſive denique ut $p:(1-l^2)p-\frac{1}{2}l^2p = 1:1-\frac{3}{2}l^2$, & erit motus medius in priore hypotheſi ad differentiam duorum motuum ut $2:3l^2$. *Q. E. I.*

COROLLARIUM.

Eſſet vero motus medius annuus præceſſionis $\frac{3QK \,.\, 360^{\circ}}{2tk}.\sqrt{(1-\pi^2)}$, ſi Luna non in orbe ſuo, ſed in plano Eclipticæ revolveretur. Revoluta igitur Luna in orbe ſuo

erit

erit præceſſio media Æquinoctiorum $\frac{3QK \,.\, 3600}{2tk} . \sqrt{(1-\pi^2)}$ $((1-l^2) - \frac{1}{2} l^2) = \frac{3QK \,.\, 3600}{2tk} . \sqrt{(1-\pi^2)}(1-l^2)\left(1 - \frac{l^2}{2(1-l^2)}\right)$, videlicet duplo major quam Sylvabellius *ſect.* 4. *probl.* 12. *num.* 35. invenerat.

PROPOSITIO TRIGESIMAQUINTA.

Invenire variationem inclinationis Eclipticæ, & Æquatoris, quæ ex Luna oritur.

RESOLUTIO.

Cum tangens deviationis axis, quæ ex viribus Lunæ gignitur, ſit $\frac{3L \,.\, Sin.AOD \,.\, Cos.AOD \,.\, Dh^2 \,.\, Kdt^2}{A \,.\, Ag \,.\, LT3 \,.\, kds}$, erit angulus, quem axis, ac polus Terræ circa lineam nodorum Nn deſcribet $\frac{3L \,.\, Sin.AOD \,.\, Cos.AOD \,.\, Dh^2 \,.\, TG \,.\, Kdt^2}{A^2 \,.\, Ag \,.\, LT3 \,.\, kds}$, aut potius $\frac{3Q \,.\, Sin.AOD \,.\, Cos.AOD \,.\, Dh^2 \,.\, TG \,.\, Kdz}{A^2 \,.\, Ag \,.\, tk}$. Eſt autem $TG = Cos.AN = Sin.AO \; Sin.NO - Cos.AO \,.\, Cos.NO = Ag \,.\, Sin.NO - Tg \,.\, Cos.NO$. Prodibit igitur variatio eadem $\frac{3Q \,.\, Sin.AOD \,.\, Cos.AOD}{A^2 tk}, Dh^2 \left(Sin.NO - \frac{Tg \,.}{Ag} Cos.NO\right) . Kdz$. Rurſus in triangulo ſphærico AOD eſt $Cos.AOD$ ad ſinum totum ut cotangens arcus DO, ſive $\frac{Th}{Dh}$, ad cotangentem arcus AO, ſive $\frac{Tg}{Ag}$; adeoque variatio evadet $= \frac{3Q \,.\, Sin.AOD \,.\, Cos.AOD \,.\, Dh^2 \,.\, Sin.NO \,.\, Kdz}{A^2 tk} - \frac{3Q \,.\, Sin.AOD \,.\, Dh \,.\, Th \,.\, Cos.NO \,.\, Kdz}{A^2 tk}$. *Q. E. I.*

Co-

COROLLARIUM PRIMUM.

Prior hujus æquationis terminus pendebit ex vario loco nodorum Lunaris orbitæ, & vario loco Lunæ in ſua orbita, poſterior vero una Lunæ ſemirevolutione contrariis ſignis deſtruetur. Eſt vero $\frac{1}{2}A^2$ valor medius quantitas $\mathcal{D}b^2$, & $\frac{\frac{1}{2}A^3}{\frac{1}{4}pA}$, ſive $\frac{2A}{p}$ valor medius quantitatis $\mathcal{D}b \,.\, Tb$. Itaque erit variatio media inclinationis Eclipticæ, & Æquatoris vi Lunæ genita $= \frac{3Q \,.\, Sin.AOD \,.\, Cos.AOD \,.\, Sin.NO \,.\, Kdz}{2tk} - \frac{6Q \,.\, Sin.AOD \,.\, Cos.NO \,.\, Kdz}{ptk}$.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Si Luna in plano Eclipticæ revolveretur, foret $Sin.NO = 0$, $Cos.NO = 1$, $Sin.AO\mathcal{D} = \pi$, & motus medius variatæ inclinationis evaderet $-\frac{6Q\pi Kdz}{ptk}$, & ſi fieret $\frac{1}{4}t$ ad quartam partem periodici temporis Lunæ ita $\frac{6Q\pi K \,.\, 90^{\circ}}{ptk}$ ad quartum numerum proportionalem, eſſet tota variatio inclinationis genita eo tempore, quo Luna tenderet ab Æquatore ad Tropicos $= \frac{6Q\pi K \,.\, 27\frac{1}{3}\, 90^{\circ}}{k\left(365\frac{1}{4}\right)^2 \,.\, \frac{22}{7}}$.

COROLLARIUM TERTIUM.

In hypotheſi Terræ homogeneæ cum ſit $\frac{K}{k} = \frac{\varphi a}{A}$, erit tota variatio inclinationis tendente Luna ab Æquatore ad

K Tro-

Tropicos $= \frac{6Q\pi\phi a \cdot 27\frac{1}{3} \cdot 90^{\circ}}{A\left(365\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \frac{22}{7}}$, dupla scilicet quam statuerat Sylvabellius *prob.* 15. *num.* 39.

Propositio Trigesimasexta.

Invenire quantitatem nutationis terrestris axis.

Resolutio.

Quoniam est Sin. $NO = \frac{\surd(1-q^2)\ Sin.\ OMN}{Sin.\ AOD}$ erit pars variationis $\frac{3Q \cdot Sin.\ AOD \cdot Cos.\ AOD \cdot Sin.\ NO \cdot Kdz}{2tk}$, quæ per binos quadrantes contrariis signis non destruitur $=$ $\frac{3Q\surd(1-q^2) \cdot Sin.\ OMN \cdot Cos.\ AOD \cdot Kdz}{2tk} =$ $\frac{3Q \cdot \surd(1-q^2) \cdot l\left(\surd(1-\pi^2)\surd(1-l^2) \mp \pi l q\right) \cdot Kdz}{2tk}$, aut neglecto posteriore termino $= \frac{3Q \cdot l\surd(1-\pi^2)\surd(1-l^2)\surd(1-q^2) \cdot Kdz}{2tk}$, Est vero summa omnium $\surd(1-q^2) = 1 + q$, adeoque una semirevolutione nodorum Lunæ erit $\frac{2}{\frac{1}{2}p}$, sive $\frac{4}{p}$ valor medius quantitatis $\surd(1-q^2)$, atque ita emerget motus medius variatæ inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem $=$ $\frac{6Q \cdot l \cdot \surd(1-\pi^2)\surd(1-l^2) \cdot Kdz}{ptk}$, & summa motuum omnium mediorum, sive tota inclinationis variatio pro unaquaque nodorum Lunæ semirevolutione $=$ $\frac{6Q \cdot l \cdot \surd(1-\pi^2)\surd(1-l^2) \cdot K \cdot 9\frac{1}{3} \cdot 180^{\circ}}{ptk}$. *Q. E. I.*

Co-

COROLLARIUM PRIMUM.

Dato nodorum loco erit ſumma variationum omnium habitarum ad variationem totam ut $1 + q : 2$, ſive ut ſinus verſus diſtantiæ nodi aſcendentis Lunæ ab Æquinoctio verno ad diametrum. Differentia vero inter dimidium variationis totius, & variationem habitam dato tempore quocumque erit ad dimidium totius variationis ut $q : 1$, ſive ut coſinus diſtantiæ nodi ab Æquinoctio ad radium. Hæc erit æquatio media obliquitatis Eclipticæ, & in regreſſu nodi ab hyemali Solſtitio ad Solſtitium æſtivum addenda erit, ac ſubtrahenda in reliqua revolutionis parte ut habeatur media Eclipticæ obliquitas.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Eclipticæ obliquitas evadet maxima cum nodus aſcendens Lunæ ad initium arietis perveniet, minima vero cum perveniet ad initium Librae. Maximae, & minimae obliquitatis Eclipticae differentia erit = $\frac{6Q \cdot l \cdot \surd(1 - \pi^2) \surd(1 - l^2) \cdot K \cdot 9\frac{1}{3}\ 360^\circ}{ptk}$, dupla ſimiliter quam ſtatuerat Sylvabellius *probl.* 13. *num.* 37.

COROLLARIUM TERTIUM.

Quia denique eſt $\frac{180^\circ}{m}$ præceſſio Æquinoctiorum, quæ una ſemirevolutione nodorum Lunaris orbitæ gignitur ob vim Lunæ, & ad variationem inclinationis Eclipticæ, & Æquatoris ſeſe habet ut $\frac{3Q \cdot \surd(1 - \pi^2)(1 - l^2) \cdot Kdz}{2tk}$: $\frac{6Q \cdot l \cdot \surd(1 - \pi^2) \surd(1 - l^2) Kdz}{ptk}$ ſive ut $p \surd(1 - l^2) : 4\,l$, aut proxime ut $p : 4\,l$, erit variatio tota = $\frac{4\,l \cdot 180^\circ}{pm}$, adeoque *erit*

motus nodorum ad motum Æquinoctiorum vi Lunæ genitum ut ſinus duplæ inclinationis orbitæ Lunaris ad Eclipticam ad ſinum ſemiſſis variationis totius inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem. Hoc aliud Cl. Walmesley theorema eſt.

Propositio Trigesimaseptima.

Invenire proportionem virium Solis, & Lunæ.

Resolutio.

Juxta obſervationem primam, & *Propoſ.* 21., & 31. eſt $\frac{3(1+Q)\sqrt{(1-\pi^2)}\,.\,K\,.\,3600}{2tk}$, $= 50.\ 3''$. Pariter juxta obſervationem ſecundam, & tertiam, & *Propoſ.* 36. eſt $\frac{3Q\,.\,l\sqrt{(1-\pi^2)}\sqrt{(1-l^2)}\,.\,K\,.\,18\frac{7}{12}\,.\,3600}{ptk} = 19''$: Abſolvitur enim revolutio nodorum Lunaris orbitæ annis 18, & 7 menſibus, ut dictum eſt. Erit itaque $(1+Q)\,.\,p : Q\,.\,l\,.\sqrt{(1-l^2)}\,.\,18\frac{7}{8} = 503 : 95$. Jam vero juxta obſervationem quartam eſt $l = Sin.\, 5^\circ\ 8\frac{1}{2}' = 0\,.\,0896186$, & $\sqrt{(1-l^2)} = Sin.\, 74^\circ\ 51\frac{1}{2}' = 9959761$; adeoque hiſce numeris ſpecierum loco ſubſtitutis habebimus

$$(1+Q)\,31415 : Q\,.\,0896186\,.\,9959631\,.\,5000\,.\,\frac{225}{12} = 503 : 95$$
$$(1+Q)\ 376980 : Q\,.\,100417 = 503 : 95$$
$$1+Q : Q = 100417\,.\,503 : 376980\,.\,95 = 503 : 356$$
$$1 : Q = 147 : 356 = 1 : 2\,.\,422\,.\ Q.\ E.\ I.$$

Corollarium Primum.

Quia vires, per *Coroll.* 14. *Prop. 66. lib.* 1. *Princip. Mathem.* Newtoni, ſunt ut denſitates corporum Solis, & Lunæ, & cubi diametrorum apparentium conjunctim; denſitas Solis

lis erit ad densitatem Lunæ ut 1 : 2 . 422 directe, & cubus diametri Solis ad cubum diametri Lunæ inverse, sive (diametros apparentes mediocres Solis, & Lunæ statuendo cum eodem Newtono 32' 12'', & 36' 16 $\frac{1}{2}$''), ut 1 : 2 . 422, & 52861038777 : 57691436544 conjunctim, sive denique ut 1 : 2 . 643.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Densitas autem Terræ ad densitatem Solis se habet ut 4 : 1 per *Coroll.* 3. *Propos.* 8. *lib.* 3. *Princip. Mathem.* Quare densitas Terræ ad densitatem Lunæ se habebit ut 4 : 2 . 643. Et quoniam vera Lunæ diameter est ad veram diametrum Terræ ut 100 : 365, erit massa Terræ ad massam Lunæ ut 4 : 2 . 643 . & 48627125 : 1000000 conjunctim, sive ut 1945085 : 26430, vel denique ut 73 : 1.

COROLLARIUM TERTIUM.

Si distantia Terræ, & Lunæ 60 circiter semidiametrorum terrestrium dividatur in ratione 73 : 1, habebitur distantia Terræ a centro gravitatis, circa quod cum Luna simul revolvitur. Et si fiat ut 22000 : $\frac{60}{74}$ ita sinus totus ad quartum, erit 3 . 5 sinus anguli maximæ aberrationis Terræ ab eodem centro: adeoque Terra in prima quadratura septem secundis circiter gravitatis centrum antecedet, & totidem subsequetur in altera quadratura Lunæ, & differentia locorum omnis ne ad quartam quidem minuti unius partem ascendet.

PROPOSITIO TRIGESIMAOCTAVA.

Invenire quantitatem præcessionis annuæ, quæ ex Sole, & ex Luna oritur.

RESOLUTIO.

Summa duarum virium Solis, & Lunæ erit ad vim Lunæ

næ ut tota præceſſio Æquinoctiorum, quæ ex Sole, & ex Luna oritur annis ſingulis, ad quantitatem præceſſionis annuæ, quæ oritur ex Luna. Sunt vero per propoſitionem antecedentem duæ vires ad vim Lunæ ut $503 : 356$, & per obſervationem primam eſt $50 . 3''$ tota præceſſio annua Æquinoctiorum. Itaque erit $35 . 6''$, ſive $35'' \; 36'''$ præceſſio, quæ orietur ex vi Lunæ. Pariter erit præceſſio ex Sole orta $= 50 . 3'' - 35 . 6'' = 50'' \; 18''' - 35'' \; 36''' = 14'' \; 42'''$. *Q. E. I.*

Corollarium Primum.

Quia præceſſio Æquinoctiorum eo tempore habita, quo Sol tendit ab Æquinoctiis ad Solſtitia, eſt ad variationem totam inclinationis Eclipticæ, & Æquatoris, quæ ex Sole oritur, ut $\sqrt{(1 - \pi^2)} \frac{1}{8} p : \frac{1}{2} \pi$, ſive ut $\sqrt{(1 - \pi^2)} . p : 4 \pi$ erit tota inclinationis variatio $= \frac{\pi . 14'' \; 42'''}{p \sqrt{(1 - \pi^2)}} = \frac{\pi . 14'' \; 42'''}{\pi \sqrt{(- \pi^2)}} = 1''$ circiter.

Corollarium Secundum.

Et quia præceſſio, quæ ex Luna oritur annis ſingulis, eſt $35'' \; 36'''$, & quæ 7 dierum ſpatio habetur, ſcilicet eo fere tempore, quo Luna ab Æquatore ad Tropicos digreditur, eſt fere $41'''$, ſi fiat ut $p \sqrt{(1 - \pi^2)}$ ad π, ita $41'''$ ad quartum, manifeſtum fiet Luna ab Æquatore ad Tropicos tranſeunte $11'''$ circiter obliquitatem Eclipticæ imminui. Unde maxima obliquitatis Eclipticæ imminutio ex cauſſis hiſce orta erit circiter $1 \frac{1}{6}''$, minor ſcilicet quam ut obſervationibus poſſit detegi. Sole, & Luna redeuntibus a Tropico ad Æquatorem Eclipticæ obliquitas redibit eadem.

Co-

COROLLARIUM TERTIUM.

Motus medius praeceſſionis ad differentiam motus medii, & veri ſe habet ut ſector *NCT*, *fig.* 12., ad triangulum *CHT*. Eſt autem ſector *NCT* in octantibus $= \frac{1}{16} p\ A^2$, & triangulum *CHT* $= \frac{1}{4} A^2$. Si fiat igitur $\frac{1}{16} p\ A^2 : \frac{1}{4} A^2 = \frac{14'' \ 37'''}{8} : \frac{882'''}{2p}$, eruetur maxima aequatio motus medii in Octantibus. Prorſus autem contemnenda erit aequatio alia medii praeceſſionis motus, quae pendet ex vi, & ex loco Lunae.

PROPOSITIO TRIGESIMANONA.

Invenire praeceſſionis mediae aequationem, quae pendet ex loco nodi aſcendentis Lunaris orbitae.

RESOLUTIO.

Praeceſſio media aequinoctiorum vi Lunae genita eo tempore, quo nodus aſcendens Lunaris orbitae a punctis Solſtitialibus ad Æquinoctialia regreditur eſt $\frac{356'' \cdot 9\frac{1}{3}}{20} = 166''$. Inſuper per *Coroll.* 2. *Prop.* 33. eſt motus medius Æquinoctiorum ad aequationem motus medii ut $\pi \sqrt{(1-\pi^2)} \cdot p : 4 (1-2\pi^2) l = 11477345384941495800000 : 122366528719932959616$. Erit igitur 18'' circiter aequatio maxima praeceſſionis praeceſſioni mediæ addenda dum nodus aſcendens a Solſtitio aeſtivo ad Æquinoctium vernum tranſibit, detrahenda vero dum a Solſtitio hyberno tranſibit nodus ad Autumnale Æquinoctium. Quod ſi fiat ut ſinus totus ad ſinum diſtantiae nodi aſcendentis Lunaris orbitae a puncto

cto Æquinoctii verni, aut Autumnalis, ita 18'' ad quartum habebitur aequatio, quae dato nodi ascendentis loco toti praecessioni mediae addenda, aut detrahenda erit.

Corollarium Primum.

Quoniam initio Novembris mensis anno 1759 nodus ascendens Lunae ad prima Cancri puncta perveniet, anno illo labente censeri poterit praecessionem mediam aequinoctiorum verae aequalem esse. Et quoniam nodus ipse medio fere anno 1764 ad Æquinoctium vernum deferetur, eo anno maxima habebitur praecessionis quantitas, quae rursus in mediam recidet initio anni 1769, & circa finem anni 1773 evadet minima. A fine anni 1759 ad medium usque anni 1764 tota praecessio praecessionem mediam 18'' circiter superabit, & 18'' pariter a praecessione media deficiet ab anni 1769 initio ad finem anni 1773.

Corollarium Secundum.

Quod si accipiatur media nodi ascendentis longitudo, quæ anno proposito cuicumque convenit, & quæratur æquatio tota præcessionis anno illi debita, tum alia æquatio antecedentis anni subtrahatur, prodibit quantitas, qua annua præcessio vera mediam præcessionem annuam proposito tempore superabit. Ita præcessio maxima anno 1764 erit 56'', & erit 44'' circiter præcessio minima anno 1773. Annis 1762, & 1766 erit vera præcessio 55'', & 53'' annis 1761, & 1767.

Corollarium Tertium.

Et erit differentia maximæ, & minimæ præcessionis, sive differentia angulorum a polo terræ circa polum Eclipticæ una nodi ascendentis semi revolutione ob Lunæ vim descriptorum 36''. Si fiat igitur ut sinus totus ad sinum inclinationis axis terrestris ad axem Eclipticæ sive 10000000: 3983044 = 36'' : 14'', is erit angulus, quem axis terræ

ræ in plano Coluri Æquinoctiorum ob Lunæ vim nutando eodem tempore absolvet.

PROPOSITIO QUADRAGESIMA.

Dato loco medio terrestris Poli, & distantia nodi ascendentis Lunaris orbitæ ab Æquinoctio verno assignare locum verum.

RESOLUTIO.

Sit *P*, *fig.* 17., locus medius terrestris Poli, & semiaxibus *PA*, *PL*, quorum primus jaceat in plano Coluri Solstitiorum, & sit $= \frac{1}{2} 19''$, alter jaceat in plano Coluri Æquinoctiorum, & sit $= \frac{1}{2} 7''$ describatur Ellipsis *ALVQ*, & Ellipsi circumscribatur circulus *AGVD*, ac denique planum circuli, & ellipseos sit plano Eclipticæ parallelum. Respiciat punctum *D* initium Arietis, & angulus *oPD* exhibeat distantiam nodi ascendentis Lunaris orbitæ, & accipiatur angulus *APO* æqualis angulo *oPD*, atque ex *O* in semiaxem majorem *PA* demittatur perpendiculum *OB*, quod secet ellipsim in *b*; dico punctum *b* esse locum verum terrestris poli. *Q. E I.*

Etenim per *Coroll.* 1. *Prop.* 36. variatio dimidia inclinationis Eclipticæ, & Æquatoris est ad differentiam inter dimidiam variationem, & variationem habitam dato tempore ut sinus totus ad cosinum distantiæ nodi ascendentis a puncto Æquinoctii verni, sive ut $PA : PA - BA = PA : PB$. Rursus juxta *Coroll.* 1. *Prop.* 33. erit $PL : Pb = PG : BO$, quæ est ratio sinus totius ad sinum rectum distantiæ ejusdem. *Q. E. D.*

Corollarium.

Si nodus Lunæ uno ſigno diſtet a punctis Solſtitialibus erit nutatio 8'', ſi vero diſtet uno ſigno, & inſuper 10°, 15°, 25°, 30°, erit 7'', 6'', 5'', 4''. Univerſim motus poli terreſtris ſatis accurate exhiberi poterit ea curva, quæ deſcribitur revolutione ellipſeos, cujus centrum circa polum Eclipticæ peripheriam circuli deſcribat velocitate, quæ ad velocitatem maximam ſe habeat ut ſumma duorum quadratorum ex ſinibus diſtantiarum Solis, & Lunæ ab Æquinoctiis in reſpectivas vires ductorum ad duplum quadratum ſinus totius ductum ſimiliter in vires ipſas.

SCHOLION GENERALE.

Newtonus *lib.* 3. Principiorum *Prop.* 37. comparatione maximorum, minimorumque æſtuum maris, quos pedum 25 in Quadraturis, in Conjunctione vero, & Oppoſitione Luminarium 45 pedum Samuel Sturmius ante Avonæ oſtium deprehenderat, collegit vires Solis, & Lunæ inter ſe eſſe ut 1: 4.4815. Maximos autem, minimoſque æſtus diverſam proportionem inter ſe habere Maclovii D. Thouroud, & alii obſervatores alibi deprehenderunt. Inſuper motus quilibet poſteriores maris prioribus afficiuntur aliquo modo, immutanturque, & ne magnitudini virium impellentium accurate reſpondere poſſint impediuntur. Hæc ratio, & cauſſa fuit, propter quam ex intervallo, & duratione æſtuum potius quam ex æſtuum quantitate vires Luminarium metiendas eſſe Daniel Bernoullius exiſtimaverat. Porro ex duorum æſtuum ſibi proxime ſuccedentium maxima earum virium proportio eruitur 1: 2, minima 1: 3, media 2: 5. At cum circa oras maris, ubi obſervationes circa æſtum omnes inſtitutæ ſunt, non magnitudo æſtuum dumtaxat, ſed intervallum quoque, & duratio ex littorum, vadorumque loco turbetur, & alius plane fiat æſtus, ac in libero, apertoque mari, Bernoulliana ſimul, & Newtoniana proportio virium rejicienda erat, &

& certioribus Præcessionis Æquinoctiorum, & nutationis terrestris axis Phænomenis determinanda.

At vero data ratione virium, & quantitate præcessionis annuæ, quæ ex Sole, & quæ ex Luna præcessio oriatur annis singulis definiri potest sine ullis fictis hypothesibus aut quantitatis fluidi, quod in terra exteriore sit, aut legis densitatis solidarum partium in interiore terra, aut Ellipticitatis Meridianorum. Id tanto quidem libentius præstitum a nobis est, quanto majores tenebras quæstioni de figura terræ, & proportione terrestrium axium observationes nuper in Galliis habitæ offuderunt. Nam anno quidem 1751 cum de Telluris figura, & magnitudine differentes Peruvianum, & Laponiensem Meridiani terrestris gradum, & Parisiensem etiam, ut post reditum Maupertuisii ex Lapponia correctus fuerat, ob oculos haberemus, putavimus Newtonianam terrestrium axium proportionem, & homogeneæ Terræ hypothesim institutis observationibus non adversari. Deinde vero in dissertatione de motu diurno Terræ, quæ anno 1756 impressa est, cum de Africano insuper, & Italo Meridiani gradu ageremus, utrumque ab ea homogeneitatis hypothesi magis dissentire animadvertimus, licet aliquo modo utrumque posset conciliari. Nunc autem, quæ bis in Galliis diligentissime habita est Parisiensis gradus recognitio, quæstionem omnem, ut acute ajebat Alembertius, efficit quantum Pyrrhonici desiderare possunt obscurissimam.

Et plane si semiaxis minor ellipseos vocetur a, differentia minoris, & majoris φa, abscissa a centro in minore axe supputata x, neglectis altioribus differentiae illius potestatibus, erit normalis perimetro ellipseos $= a - \varphi a + \frac{\varphi a x^2}{a^2}$, & radius osculi $\left(a - \varphi a + \frac{\varphi a x^2}{a^2}\right)^3 \frac{(a + \varphi a)^2}{a^4} = a - \varphi a + \frac{3 \varphi a x^2}{a^2}$, adeoque in terra sphaeroidica pergendo ab Æquatore ad Polos radii osculatores, & minimi arcus similes, & gradus Meridiani augebuntur in duplicata ratione applicatarum majoris axis, aut potius sinuum rectorum latitudinis. Et quia radius circuli osculatoris in communi interfectione Æquatoris, & Meridiani fiet a

$-\varphi a$, in Polis vero $a+2\varphi a$, erunt inter ſe radius ille $a-\varphi a$, ſemiaxis minor a, ſemiaxis major $a+2\varphi a$, & radius oſculi in Polis $a+2\varphi a$ Arithmetice proportionales: quod alia methodo theorema *ſect.* 6. *num.* 16. de Figura Terræ a Cl. Bouguerio erutum eſt. Si primus Meridiani gradus vocetur g, evadet $\frac{3\varphi a g}{a}$ differentia primi, & poſtremi gradus, qui ad polos definit, quarta ſcilicet proportionalis ſemiaxi minori, differentiæ ſemiaxium, & triplo gradui, qui ab Æquatore incipit.

Quare ſi φa ad a ſe habeat ut 1: 229, & primus Meridiani gradus cum eodem Bouguerio definiatur Pariſienſium hexapedarum 56753, erit differentia gradus primi, & ultimi hexapedarum 743: differentia vero duorum graduum in latitudine 0, & 66° 20' erit hexapedarum 623: quo gradus iſte evaderet hexapedarum 57376. Maupertuiſius, ſociique alii præclariſſimi in *lat.* 66° 20' ex ſex triangulorum ſeriebus probe inter ſe congruentibus ſtatuerunt gradum hex. 57437. 9: Bouguerius vero correctione refractionis addita 57422. Quatuor aliæ triangulorum ſeries gradum ipſum 30 circiter hexapedis breviorem exhiberent. Quare juxta probabilitatum regulas differentia omni diviſa in ratione 6: 4, ex decem ſeriebus triangulorum gradus aſſumi poſſet hex. 57412. Ex ſerie ultima prodiret gradus hex. 59370, brevior ſcilicet 52 circiter hexapedis. Unde rurſus differentiam 42 dividendo in ratione 10: 1, ex undecim omnibus ſeriebus pro ſuæ ſimul probabilitatis ordine compoſitis eruetur gradus hexapedarum circiter 57408, nonniſi 32 minor, quam juxta Newtonianam terreſtrium axium proportionem, & homogeneæ terræ hypotheſim eſſe oporteret. Hic autem error inter duos gradus Lapponienſem, & Peruvianum, qui inter ſe invicem referebantur, diſtributus errorem terreſtrium menſurarum utrobique indicaret 16 dumtaxat hexapedarum, aut 1" in cæleſtibus obſervationibus: qui longe minor certe error eſt, quam ut idcirco Newtoniana axium proportio improbari debeat.

Pariter in latitudine 49° 22' Meridiani gradus evaderet hexa-

xapedarum 57181. Ex veteribus Picarti menfuris definiebatur hexapedarum 57060, & iifdem cum Maupertuifio emendatis 56925. 7: ex nova vero amplitudine, quæ poſt reditum Pariſienſium Academicorum ex polari circulo anno 1739 ſumpta eſt, retentis Trigonometricis Picarti dimenſionibus prodiit 57183, & habita refractionis ratione 57164. Præterea in latitudine 43° 31' prodiret gradus hexapedarum 57105. Ex Caſſini ſenioris obſervationibus hexapedarum circiter 57097 eo tutius aſſumi poſſe videbatur, quo obſervationes ipſæ per longius ſpatium inſtitutæ fuerant, ut errores omnes exigui, qui ſubrepiſſent, in ſex, & amplius gradus diſtributi unius gradus menſuram minus alterarent. Ulterius terreſtres menſuras ad libellam maris reductas ab eodem Caſſino fuiſſe conſtat, & in utroque extremo recognitas, magna cum lineis actu dimenſis conſenſione: & in cæleſtibus obſervationibus omnes refractionis, præceſſionifque Æquinoctiorum correctiones fuiſſe adhibitas: correctione vero alia propter lucis aberrationem, ob habitas iifdem tempeſtatibus in Septentrionali, & Auſtrali Galliarum parte obſervationes, opus non fuiſſe. Noviſſime a Domino de Thury in latitudine 43° 31' menſura unius gradus ſtatuta eſt Pariſienſium hexapedarum 57048. Differentiam 57, quæ non minus theoriam, obſervationeſque inter, quam ipſas inter obſervationes deprehenditur, adhuc minorem eſſe Aſtronomi intelligent, quam ut Newtonianæ terreſtrium axium proportionis in Octantibus minor, quam in Polis, & Æquatore cum Phænomenis conſenſio cenſeatur.

Quia vero radius æquatorem oſculans eſt ipſa ſemidiameter Æquatoris, evadet Æquatoris gradus $= \frac{ag + \phi ag}{a - \phi a} = g + \frac{2\phi ag}{a}$, hoc eſt differentia gradus unius Æquatoris, & primi gradus Meridiani erit quarta proportionalis ſemiaxi minori, duplæ ſemiaxium differentiæ, & ipſo gradui Meridiani. In iiſdem hypotheſibus prodibit gradus Æquatoris hexapedarum 57248, Æquatoris ambitus 20609280, ſemiaxis major Terræ 3280166, ſemiaxis minor 3265904, differentia ſemiaxium

axium 14262, ſive pedum 85572, pedibus 100 major, quam Newtonus in *Prop.* 19. *lib.* 3. Principiorum determinaverat. Parallelli gradus pro qualibet latitudine erit =

$$\left(57248 + 57248.\frac{\varphi a x^2}{a^3}\right)\frac{\sqrt{(a^2 - x^2)}}{a}.$$ Ita in latitudine 43° 32' erit gradus circuli parallelli hexapedarum 41588. Ex accuratiſſimis Caſſini, & Caillii obſervationibus prodiit idem gradus hexapedarum 41618, ſcilicet major 30 hexapedis: quod rurſus obſervationum, & Newtonianæ proportionis axium diſcrimen exiguum eſt, & in exiguos Aſtronomicæ praxeos errores ſatis commode refundi poſſet.

Quid erit ergo, quod Meridiani gradus in latitudine 43° 1' hexapedarum Pariſienſium 56979 a Clariſs. Boſcovichio, & Mairio deprehenſus ſit, quem hexap. 57098 juxta eaſdem hypotheſes eſſe oporteret? Ego in jam indicata de diurno motu diſſertatione cum plane nollem obſervatorum diligentiſſimorum induſtriam criminari, aut Romanorum inſtrumentorum cum Gallicis comparationem aliquam inſtituere, prætereundum tamen non cenſui quod ex mutua omnium corporum gravitate in quavis aut homogeneæ, aut hetherogeneæ terræ hypotheſi conſequitur, non omnia ſcilicet ſuperficici terreſtris loca inſtituendis obſervationibus æque apta, nec gravitatis directionem citra, & ultra majores montes, & in ipſis montium verticibus eamdem eſſe. Maximi idcirco duxi menſuram gradus 1200 hex. ſupra libellam maris, & prope altiſſimos Peruvianos montes inſtitutam, qui cum in plano Meridiani jaceant quadrantis filum ad Boream, aut ad Auſtrum deflectere non poterant. Eodem loco Lapponienſes obſervationes habui: quippe ad metiendam totius arcus amplitudinem poli elevatio in vertice montis Kittis ſumpta eſt, ubi nulla aberratio fili eſſe poterat, atque ex altero arcus ipſius extremo Torneæ, quæ Urbs fere duas inter montium ſeries conſtituitur. Parallelli gradus in latitudine 43° 32' ex Pyrenæorum montium actione, qui quaſi arcum parallelli circuli alterius referunt, alterari nequaquam poterat: nec alia poteſt intelligi variatio Meridiani gradus, qui in Orientali montium eorumdem termino deſinebat. Hæc ratio, & cauſſa fuit, pro-

propterquam, cum eas quatuor observationes inter se satis convenientes animadverterem, Newtonianam terrestrium axium proportionem adhuc in tuto positam esse existimavi.

Porro in Italia nostra, ad definiendam terrestris arcus, duorum circiter graduum, amplitudinem, elevationes poli citra, & ultra Appenninos montes Romæ, & Arimini sumptæ sunt: qui plane montes cum attractione sua pendulum utrobique trahendo in contrarias partes interjectum caelestem arcum majorem faciant, terrestris etiam gradus mensuram breviorem exhibere debent. Neque ad observationes cum homogeneitatis hypothesi conciliandas aberratione magna opus est. Ubi errorem terrestrium omnium, ac caelestium mensurarum, secundis duobus inter se dissentientium, 30, aut 40 hexapedarum censeamus, actionem Appenninorum montium statuamus solius Chimborasi actione subduplam fuisse, eam pariter in Italia mensuram gradus habebimus, quae cum aliis observationibus, & homogeneae terrae hypothesi conveniat. Ob contrariam rationem conjici facile, ac divinari poterat in Australi Africae parte, & circa Promontorium Bonae Spei Meridiani terrestris gradum justo majorem, longioremque esse. Nam si omnem differentiam materiae, quae in tota Africa, & amplissimo Oceano Australi est alicujus montis Æquatorem versus constituti vices gerere intelligamus, in extremo arcus per Promontorium ipsum transeuntis quadrantis filum Æquatorem versus aberrare necesse erit, & magis quidem ubi Æquatori filum erit propius. Quo jam in caelo observatus arcus minuetur, & spatium uni gradui respondens in terra augebitur. Discrimen omne 61 hexapedas non superat: cum ex Caillii observationibus in latitudine 33° 18' meridiani gradus sit 57037 hexapedarum, & juxta superius dicta 56976 dumtaxat esse debeat.

Tot & tantorum montium Italiae nostrae attractione alterari gravitatis directionem, erroresque alios in caelesti arcu, & terrestri Meridiani gradu subrepere Alembertius etiam suspicatus fuerat in praefatione tertiae partis suarum de Mundi systemate disquisitionum. At vero in Galliis, ubi nihil hujusmodi conspicitur, quod breviorem arcum efficiat, in latitu-

tudine scilicet 49° 22', ex nova caelestis arcus amplitudine, novisque terrestribus mensuris a Caillio, & Cassino institutis anno 1740, Meridiani gradus statutus est hexapedarum 57074 $\frac{1}{2}$, hexapedis 106 $\frac{1}{2}$ minor quam ex principiis superioribus esse oporteat. Et ne posterioris hujus gradus correctionis, quae ab aliis prioribus adeo discrepat, indiligentiae suspicio aliqua esse posset, anno rursus 1756 a Cl. Monnierio, aliisque Academiae Regiae sociis celeberrimis recognita, & confirmata correctio est. Ubi quis differentiam omnem observationum, & Newtonianae hypotheseos majorem censeat, quam ut quibusdam praxeos erroribus tribuatur, rejicienda telluris homogeneitas, & plures interni textus dissimilitudines admittendae erunt. Idem ex pendulorum longitudinibus dubium instaurari posset. Nam si longitudo penduli secundis singulis oscillantis cum Cl. Bouguerio sub aequatore definiatur linearum 439. 21, Parisiis 440. 67, Pelli 441.27, differentiae 1.46, 2.06 erunt quidem inter se quam proxime ut quadratum sinus recti latitudinum 48° 50', 66° 48', quemadmodum in ellipsi quacumque esse oportet: At si ex iisdem differentiis quærantur ellipseos semiaxes, praesto erit nonnisi admisso errore quintae partis unius lineae experimenta inter se invicem comparata ad Newtonianam proportionem reduci posse. Nos cum alibi satis de erroribus, qui in pendulorum longitudinibus, aut Meridiani gradibus determinandis observatorum industria declinari nequeunt, disseruissemus, modo a quaestione omni, quae in dies fit implicatior, abstinuimus, & nihil aliud dissertationis hujus initio assumpsimus loco hypotheseos, ac postulati, quam quod ex ipsa diurni motus ratione videtur consequi, quod scilicet Figura Terrae ad sphaeroidicam proxime accedat, sub polis aliquantulum compressam, & duabus hemisphaeroidibus fere similem. Conclusiones autem inde erutas, & quædam etiam theoremata, quibus pervenimus ad conclusiones ipsas, cum aliis Celeberr. Simpsonii convenire, non sine magna animi voluptate, dum hæc eduntur accipimus, nobis modo ex Anglia delatis summi, & ingeniosissimi Mathematici operibus.

DIS-

PAULLI FRISII
DE
ATMOSPHÆRA
CÆLESTIUM CORPORUM

DISSERTATIO PHYSICO-MATHEMATICA,

QUÆ ANNO MDCCLVIII.

A REGIA PARISIENSI SCIENTIARUM ACADEMIA
PRÆMIUM CONSECUTA EST.

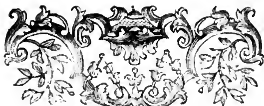
PRÆFATIO.

Sero, & cum adhuc pauciores menses ad constitutum dissertationibus absolvendis terminum superessent, in regionibus hisce nostris nuntiatum fuit Regiam scientiarum Academiam, præmio proposito, quæsiisse utrum cælestia corpora suas Atmosphæras habeant, & quousque Atmosphærarum limites pertingant. Et primo quidem me perculit argumenti hujus elegantia, & pulchritudo: deinde, quasi experiundi animo, nonnulla, quæ occurrebant menti ea de re, certo ordine distribuere, & diligentius mecum ipse considerare cæpi: & cum denique pedetentim, ut fieri solet, progressus essem, atque ex operibus celeberrimis Clarissimorum Clairaut, d'Alembert, de Mairan, Cassini, de la Caille, aliorumque Academiæ Regiæ sociorum plura eduxissem, quæ ad illustrandam, enodandamque quæstionem pertinent, visum fuit toti Academiæ, quæ jam quodamodo sua erant, singula communicare. Dissertationem omnem decem capitibus complexus sum. Primo Astronomicas, & Physicas observationes, veteres, recentioresque collegi undique, quibus compertum, atque exploratum est Soli, & Lunæ, & reliquis Planetis, ac Satellitibus, Cometisque, ac Stellis fixis Atmosphæras suas non deesse. Secundo initis calculis investigavi quam Atmosphæræ amplitudinem circa Planetas, potissimum Secundarios patiatur esse universalis, ac mutua eorum gravitas. Capite tertio, cum Atmosphæræ uniuscujusque motum observationibus, ac Mechanicis legibus definissem, exploravi limites alios, qui ex æquilibrio gravitatis, & vis centrifugæ oriri possunt. Quarto Atmosphæræ formam determinavi, quæ cum diversis hypothesibus vis centrifugæ, & interioris nuclei diversimode respondeat, nihilominus ad sphæroidem circa Polos compressam proxime accedat necesse est. Quinto ex aliorum Planetarum actionibus tran-

transsire in eam figuram demonstravi, quæ gigneretur revolutione Ellipseos Apollonianæ circa majorem axem, si interim axis minor data ratione imminui, augerique intelligeretur. Capite sexto accuratiorem methodum exhibui, qua montium altitudines, & rarioris aëris termini ex altitudinibus Barometricis supputentur. Septimo densitatem, confinia, variationes Atmosphæræ Solis, & variationum earumdem causas scrutatus sum. Octavo reliqua comprehendi, quæ de Atmosphæra Planetarum inferiorum, Cometarumque, & caudarum genesi, figura, & magnitudine probabiliter dici posse mihi videbantur. Nono explicavi sententiam meam circa Atmosphæræ Lunaris indolem, & extensionem. Denique postremo capite dissertationis nonnulla adjeci, quæ superiorum Planetarum Atmosphæras, & diurnum Saturni motum, & Martis attractionem, densitatem, massam limite aliquo definiunt. Academiæ judicio singula subjicere honoris caussa, & singillatim recensere necesse est.



DE



DE ATMOSPHÆRA CÆLESTIUM CORPORUM *DISSERTATIO.*



CAPUT PRIMUM.

De phænomenis uniuscujusque Atmosphæræ.

QUamvis tanto intervallo cæleſtia corpora a nobis disjuncta ſint, ut pleraque nudis oculis non aliam ſpeciem, quam lucentium, & ſcintillantium punctorum referant; nihilominus poſt inventum Teleſcopium, perfectamque Aſtronomiam eouſque ab Aſtronomis celeberrimis progreſſum eſt, ut veſtigia etiam fluidorum Planetas omnes, Cometaſque, ac Stellas fixas circumambientium innotuerint. Caſſinus, quem nobis anno antecedente ereptum deſideravimus, in Monumentis Regiæ Scientiarum Academiæ, retulit, Teleſcopio pedum 114, Saturnum ſan-

ansis destitutum anno 1715, die 25 Martii, hora $10\frac{3}{4}$ vespertina, ejusdem formæ vidisse se, cujus Jovem Telescopio pedum 34 solebat intueri. Præseferebat illæ tres Zonas, sibi invicem parallellas, & rectilineas, quarum quæ media erat, & formabatur ex projecta umbra annuli, ægre distingui poterat. Aprili mense cum ad eamdem observationem sæpius rediisset, nihil aliud discriminis invenit, quam quod octava die Meridionalis Zona intermediæ propius accesserat. Adjecit etiam Cassinus, Augusto mense anni 1696 in conspectum prodeunte annulo Saturnum binas zonas consimiles exhibuisse, arctiores quidem, & curvas aliquantulum, ac versus annulum convexas: annis vero 1675, 1683, 1708, nonnisi unicam habuisse: ac sæpe nullam. Porro hæc vicissitudo zonarum, modo apparentium, modo evanescentium, & modo unam, modo aliam formam præseferentium, cujuspiam fluidi, quod circumquaque Saturnum ambiat, indicium est. Eodem argumento Hugenius Atmosphæram Jovis irregulari, & varia zonarum forma demonstravit, quæ cum parallellismum accurate servent inter se invicem, modo majorem distantiam tamen, & modo minorem habent. Idipsum confirmat varius zonarum numerus: siquidem Cassino teste in Monumentis anni 1735 quandoque binæ, & quandoque tres, & etiam quinque zonæ apparent in disco Jovis. Nec prætereundæ sunt maculæ, quas primum anno 1665 detexit Cassinus senior, & quas numero plures, ampliores que deprehendit anno 1690, quando ex Solis propinquitate Jupiter vehementius incaluerat. Singulares earumdem macularum variationes Cassinus ipse observavit subsequente anno 1691, & potissimum quod cum Jupiter $9^h\ 56'$ circa centrum revolvatur, ut ex zonarum periodo colligitur, maculæ illæ $9^h\ 50'$, aut $9^h\ 51'$ absolverint revolutionem suam, adeoque aliquem motum proprium habuerint, quo periodum Jovis $5'$, aut $6'$ anteverterint, & qui non nisi in fluidis partibus motus proprius concipi, & esse potest.

Quæ in Martis etiam superficie maculæ, & zonæ distingui solent, diversam adeo figuram, extensionem, locum, Cassino

ſino ſeniori anni 1666, 1670, & Maraldo annis 1704, &, 1719 obtulerunt. Anno inſuper 1672 Caſſinus idem in diſtantia 6' a diſco Martis, Briaræ, Teleſcopio pedum 3, Stellam in effuſione Aquarii poſitam diſtinguere amplius non potuit: Roemerus autem Lutetiæ Pariſiorum, optimo Teleſcopio, non antea eamdem Stellam emerſam vidit, quem ipſius diſtantia a limbo Martis exæquaſſet duas tertias partes diametri. Stellam aliam quintæ magnitudinis Marti proximam diſparuiſſe retulit Caſſinus filius in Monumentis Pariſienſibus anni 1735. Porro, quod nonnulli objecerunt, tot Phænomena, tot in locis, tantiſque inſtrumentis obſervata obſervatorum indiligentiæ, & vitio inſtrumentorum tribuenda eſſe, ineptum adeo, ac injurium mihi videtur, ut ne rejici quidem longiore Oratione aliqua mereatur.

Lunæ ſuam pariter eſſe Atmoſphæram cum alii ex aliis argumentis colligant, tum ego ex eo potiſſimum fulgore oſtendi cenſeo, qui Eclipſeos Solaris tempore, ad inſtar annuli, Lunarem diſcum circumambit, & circa interiorem marginem vividior eſt, & uſque in latitudinem patet, ut duodecimam partem diametri totius exæquet. De phænomeni veritate dubitare amplius non licet, cum illud Neapoli Keplerus, Heinrichius Wratislaviæ, Wolfius Lipſiæ, Tiguri Scleuzerus, Narbonæ Pechius, Londini Hallejus, Pariſiis Maraldus, Berolini Eulerus, Bononiæ Manfredius, & Stancarius, aliique alibi obſervaverint. Phænomenon autem ipſum videtur in ſolam Lunæ Atmoſphæram refundi poſſe. Quod Bononienſi Academiæ Stancarius, & Pariſienſi Isleus junior propoſuerat anno 1715, radios Solis prope Lunæ marginem tranſeuntes, inflexoſque conjicere ſeſe in umbram, & coruſcantis annuli ſpeciem exhibere, cum tanta illa annuli altitudine componi nequit, niſi ſtatuatur vim inflectentem lucis, quæ in minimis dumtaxat terreſtrium corporum diſtantiis ſe prodit, ad uſque integrum Lunarem digitum, ſeu tria fere minuta prima extendi poſſe. Contra longe amplior, & non Lunæ, ſed Soli concentricus eſſet annulus, ſi, ut cenſuerat Caſſinus, oriretur ex ipſa Luce ab Atmoſphæra Solis reflexa, remiſſaque ad terram noſtram, quæ licet præſen-

te

te Sole non conspiciatur, fiat tamen sole obtecto manifestissima. Superest ergo, quæ Louvillei, Wolfii, aliorumque erat sententia, consurgere annulum ex luce, quæ ab Atmosphæra Lunæ circumquaque Eclipseos Solaris tempore ad nos reflectitur.

Idem confirmat, quod solertissimi Stephens, & Harris in Transactionibus *Philos. vol.* 47. *num.* 23. memorant, se scilicet magno Shortii Telescopio die 22 Aprilis anno 1751, crescente Luna oblongam lucis semitam conspexisse, quæ per totam Platonis maculam traducebatur: tum alteram agnovisse priori similem, & parallellam, quæ rursus in binas alias dividi visa est. Lucidam unam, ac rubescentem semitam jam observaverat Blanchinus, & genitam censuerat ex radiis lucis, qui per apertos montium hiatus, veluti per fenestras traducerentur. Angli autem hiatus ipsos, & divisionem montium, ex qua oriebantur, conspexerunt. Jam vero subruber color alicujus refractionis, & refringentis medii certissimum indicium est. Deinde sine ullo fluido nullus radiorum tractus per totam maculam transeuntium videri posset: sicuti ablatis aëris particulis, quæ lumen undique reflectunt, nullum amplius appareret vestigium luminis per exiguum foramen in obscurum cubiculum trajecti. Denique quicumque in solidas montium partes, & circumposita hiatuum latera occursus fiat, cum eodem angulo semper incidat, & reflectatur lux, atque in ea Lunæ crescentis phase ad maculam Platonis obliquitate maxima perveniat, numquam ad oculos inde nostros remitti posset.

Solares etiam maculas, quæ 12 diebus apparent in disco Solis, & latent postmodum diebus 15, supra Solem altius ascendere, & Atmosphæræ alicui innatare necesse est. Hoc enim dato cum tota apparitionis, & occultationis differentia in integra macularum periodo sit dierum 3, in singulis quadrantibus fiet 18 horarum, quo tempore absolvunt maculæ trigesimam sextam partem unius revolutionis, sive 10°. Cum igitur sinus versus 10° se habeat ad sinum totum ut 1520 : 100000, atque ob maximam Solis distantiam, & radiorum inde emergentium parallelismum, sinus versus 10° fere exhi-

hibeat differentiam ſemidametrorum Solis, & orbitæ a maculis percurſæ; erit altitudo macularum ſupra Solem ad orbitæ ſemidiametrum ut 15: 1000, & ad ſemidiametrum Solis ut 15: 985. Ita cum ſupra Solem ad hanc uſque altitudinem ferantur maculæ, ac penſiles ſubſidant, & duas, aut tres etiam revolutiones quandoque abſolvant, fluidum aliquod debet eſſe, quod a Solari ſuperficie avulſas exhalationes ſuæ gravitatis exceſſu elevet, ac diutiſſime ſuſtineat. Idipſum confirmat lumen, quod anno 1683, cum per Zodiacum latiſſime extendi cerneret Caſſinus ſenior, Zodiacale appellavit, & cujus extenſionem, variationem, figuram, Phænomena omnia poſt Caſſinum Eimmartus, Fatius, Mairanus, Kirchius, aliique tanta diligentia obſervarunt.

Deprehenderunt autem potiſſimum celeberrimi obſervatores Zodiacalem hanc lucem, ſive Atmoſphæram Solis ultra Mercurii, & Veneris, & quandoque etiam Terræ orbitam protendi. Nam cum maxima Veneris diſtantia a Sole ſit 48°, longitudo lucis Zodiacalis nunquam minor eſt 60°, aut 50°, & aliquando major 80°, 90°, & 100°. Utique die 6 Februarii anni 1688 ſolum 45° viſa eſt. At obſervavit optime Mairanus nitorem Veneris, & fulgura prope horizontem conſpicua apparentem longitudinem tunc temporis imminuiſſe. Quo poſito cum Atmoſphæræ Solari innatent Venus, & Mercurius, & corpora omnia attrahant ſeſe mutuo, partem aliquam illius fluidi circum undique debent rapere, & cohibere, & niſi jam peculiarem Atmoſphæram habeant, ſibi illico comparare. Id in Cometis quoque, ut Cl. Mairanus animadverterat, locum obtinet. Maxime cum Soli propius accedentes Cometæ, ac vehementer incaleſcentes, vapores copioſiſſime emittant, & capillitium illud exhibeant, quod interiorem nucleum complectitur, & ex parte Soli adverſa in longiſſimam caudam abit. Hac vero aucti caloris, & emergentium exhalationum ratione ſimul probari poterat Planetas omnes Primarios, ac Secundarios fluido aliquo circumdari.

Caſſinus tandem ſimilitudinem, & analogiam quamdam deprehendit Solaris hujus Atmoſphæræ, & luminis alterius, quod circa nebuloſam Andromedæ conſpicitur. Magnis e-

tenim Telescopiis circa nebulosam illam detexit scintillas quasdam, & lucis globulos, reliquis affines, quos in luce Zodiacali & ipse aliquando, & Mairanus postmodum Telescopiis 7, & 8 pedum observaverat. Plane hæc phænomena, & variationes aliæ quibus Kirchius disparere agnovit nebulosam, & in conspectum redire alternis vicibus, atque insuper gradatio lucis, quae primum Simoni Mario vividior circa centrum anno 1612 visa est, Atmosphæram nebulosæ aliquam indicarent. Similis est macula, quam Kirchius anno 1681 prope pedem Borealem Antinoi centro suo stellam complecti animadvertit. Maculas alias anno 1677 exhibuit Hallejus in Centauro, & in Constellatione Herculis anno 1714. Pariter anno 1665 Abrahamus Ihle maculam detexit, quæ caput inter, & arcum Sagittarii radium fere vibrare videbatur. Denique tractus lucidus, quem circa nebulosam Orionis anno 1656 observaverat Hugenius, figura irregularem, partibus suis continuum, & colore degenerem a toto cælo, & quem exteriore forma, & lucis quantitate mutatum esse Picartus anno 1673, & postea Astronomi celeberrimi Grand Jean, de Mairan, & Goudin deprehenderunt, satis ostenderent stellis fixis suas Atmosphæras non deesse, ubi etiam reliqua analogiæ, & convenientiæ argumenta omitteremus.

Caput Secundum.

De gravitate, & limite Atmosphæræ.

Qui primi Atmosphæræ limites censendi sint Cl. Mairanus de Aurora Boreali cum ageret *sect.* 3. *cap.* 1. indicavit. Scilicet cum corpora omnia gravitent in se mutuo, & cum gravitas sit directe massis attrahentibus, & quadratis distantiarum reciproce proportionalis; ibi Atmosphæra consistere non poterit, ubi attractione aliorum corporum a Planeta, quem ambit, distraheretur. Sit F quantitas materiæ Planetæ unius S, *fig.* 16, φ quantitas materiæ Planetæ alterius in T positi, ac fiat $ST=a$, $TN=x$, $NM=y$; erit attractio puncti M ver-

versus primum $= \frac{F}{x^2 \pm 2ax + x^2 + y^2}$, attractio versus alterum $= \frac{\varphi}{x^2 + y^2}$: & si binæ vires hujusmodi inter se æquentur, erit $y^2 = \frac{\varphi a^2 \pm 2\varphi ax - x^2}{F - \varphi}$, æquatio ad curvam, quæ transibit per omnia puncta M: & si statuatur $y = o$, prodibit $x \sqrt{F} = (a - x)\sqrt{\varphi}$, & attractionum limes LT evadet $= \frac{a\sqrt{\varphi}}{\sqrt{F} + \sqrt{o}}$. Sit itaque T Terra, S Sol, & massa Solis se habeat ad massam Terræ ut 227512 : 1, quemadmodum in secunda Principiorum editione ex parallaxi horizontali Solis 10'' deduxerat Newtonus, & distantia Terræ a Sole juxta Ephemerides Parisienses definiatur semidiametrorum terrestrium 21626: erit attractionum limes quam proxime semidiametrorum 45, & fere 52, si massarum proportio 169282 : 1 assumatur, quam in tertia editione operis ipse eruerat ex parallaxi horizontali 10'' 30'''. Pariter si massa Terræ ad massam Lunæ sit ut 50 : 1, quemadmodum ingeniosissimus Alembertius ex Phænomenis nutationis terrestris axis determinaverat, & minima Lunæ distantia definiatur semidiametrorum terrestrium 54, semidiametris $6\frac{3}{4}$ circiter distabit a Lunæ centro attractionum terrestrium limes, ac limes alius Solarium attractionum semidiametris $7\frac{1}{2}$. Ad tantum usque intervallum portionem aliquam Solaris Atmosphæræ uterque Planeta abripere, & copulare sibi ipsi poterit: neque tamen is erit limes terrestris, aut Lunaris Atmosphæræ. Cum enim præ attractione, qua circumpositas, extremasque particulas Sol agitat, negligenda amplius non sit vis alia exercita in Terram totam; illi Atmosphæræ evadent limites, in quibus gravitas versus Terram exæquat differentiam earumdem attractionum. Ita nostræ Atmosphæræ satis amplos terminos permittet gravitas, & ampliores adhuc Saturno, & Jovi, qui & magis a Sole distant, & majorem quantitatem materiæ complectuntur. Hanc vero ob caussam Saturniorum, & Jovia-

vialium Satellitum Atmosphæræ arctiores erunt. Ponatur Satelles aliquis in T, & Primarius in S, ac reliqua maneant ut supra. In limite L habebitur $\frac{\varphi}{x^2} = \frac{F}{a^2 - 2ax + x^2} - \frac{F}{a^2} = \frac{(2ax - x^2).F}{(a^2 - 2ax + x^2)a^2}$, & neglectis altioribus abscissæ x potestatibus eruetur $\varphi a^3 = 2Fx^3$, sive $x = a \sqrt[3]{\frac{\varphi}{2F}}$. His positis si quantitas materiae in Jove, & Terra statuatur cum Newtono $\frac{1}{1067}$ & $\frac{1}{169282}$ & Satellites singuli Lunae nostrae proxime aequales sint, erunt massae Jovis, & Satellitis cujuslibet 7933, & 1, atque x evadet proxime $= \frac{1}{25}a$: scilicet si distantiae quatuor Satellitum Jovialium a centro Primarii sui juxta Cassinum definiantur semidiametrorum Jovis 5, 8, 13, 23, respectivi attractionum limites erunt 0.2, 0.32, 0.52, 0.92. Pari ratione si massa Saturni ad massam Terrae sit ut 169282 : 3021, adeoque ad massam Satellitis ut 8464100 : 3021, sive ut 2802 : 1, fiet $x = \frac{1}{8}a$ circiter, aut, quia Satellitum distantiae assumi possunt 1.95, 2.5, 3.5, 8, & 24 semidiametrorum annuli, fient attractionum limites 0.108, 0.139, 0.194, 0.444, 1.333. Hi maximi Atmosphaerarum limites in ea parte, qua Primarios respicient, censendi erunt. Aliis enim in locis hinc inde positis, Primariorum actione, gravitas versus centrum Satellitum augebitur quoquomodo, & fluidi, quod in aequilibrio esse debet, altitudines imminuentur.

In Luna nostra evadet $x = a \sqrt[3]{\frac{1}{100}} = \frac{54}{4.65} \doteq 11.6$ semidiametrorum terrestrium. Nec si attractiones Terrae, & Solis simul conspirent, & conjungantur, sensibiliter arctiores Atmosphaerae hujus limites prodibunt. Sit enim quantitas materiae in Sole, Terra, & Luna F, π & φ, distantia Solis a, distantia Terrae b, fiet $\frac{\varphi}{x^2} = \frac{F}{a^2 - 2ax + x^2} - \frac{F}{a^2} +$

$$\frac{\pi}{b^2 - 2bx + x^2} - \frac{\pi}{b^2} = \frac{(2ax - x^2).F}{(a^2 - 2ax + x^2)a^2} = \frac{(2bx - x^2)\pi}{(b^2 - 2bx + x^2)b^2},$$

& altioribus neglectis ipsius x potestatibus $\frac{\varphi}{x^2} + \frac{2Fx}{a^3} + \frac{2\pi x}{b^3}$, unde eruetur $x = \frac{ab\sqrt[3]{\varphi}}{\sqrt[3]{(2b^3F + 2a^3\pi)}} = \sqrt[3]{\frac{1167804}{1014078732322400}} = 11.$ 6. Aliae igitur in natura universa caussae quaerendae erunt, quae arctiores Atmosphaerarum limites efficiant.

CAPUT TERTIUM.

De motu, & limitibus aliis Atmosphaerae.

UNo, eodemque angulari motu circa centrum Planetas simul, & Planetarum Atmosphaeras volvi ex quibusdam observationibus, & Mechanicae legibus compertum est. Maculae Solis licet diversis temporibus appareant, occultenturque, nec pari intervallo semper ultra Solarem superficiem eleventur; integram tamen revolutionem diebus 27 respectu Terrae, & diebus 25 $\frac{1}{2}$ Fixarum respectu absolvunt. Cassinus anno 1676, Kirchius anno 1684, Newtoni Interpretes anno 1739, Stannyanus anno 1703, aliique maculas diebus 12 in Solis disco apparere deprehenderunt, & diebus 15 ultra Solem occultari, adeoque distare a Sole $\frac{15}{985}$ totius semidiametri Solaris, sive una fere, ac dimidia terrestri semidiametro, si Solis semidiametro semidiametri terrestres centum tribuantur, & tota macularum periodus statuatur dierum 27. Quare periodum, & altitudinem macularum minuendo in ratione 27 : 25 $\frac{1}{2}$, erit vera altitudo semidiametri terrestris 1. 32.

Jam vero *tom.* 7. Petropolitanae Scientiarum Academiae Krafftius ex omnibus iis maculis, quas annis 1728, 1729,

1730

1730 conspexerat, unam memorat, cujus certa erat reversio, & quae apparuit diebus 13, & 14 diebus latuit, adeoque a Solis superficie non nisi sexta semidiametri terrestris parte distare poterat. Plures maculas, quae dimidio revolutionis totius tempore conspicuae fuerint, ipsique adhaeserint Solis superficiei Cl. Monnierius indicat *Instit. Astronom. cap.* 5., & Keillius *lect.* 5. Ex tot iis, quarum historiam contexerat Scheinerus, vix fuit aliqua, quae apparuerit diebus 12, plures quae diebus 12 $\frac{1}{2}$, 13, & 13 $\frac{1}{2}$ visæ sint. Quæ anno 1625, die 3 Julii, hora 8 matutina ingressa erat in Solis discum, die postmodum 15, hora 8 vespertina egressa est. Pariter quæ eodem anno die 23 Maji oriente Sole discerni amplius non poterat, mane die 6 Junii jam erat redux, & post decimam octavam diem noctu occubuerat. Macula etiam, quæ in Solis discum die 22 Martii, matutina hora 8 $\frac{1}{8}$ intraverat, exivit die 4 Aprilis, hora 1 $\frac{5}{9}$ vespertina, & die 18, hora 3 vespertina rursus apparuit, ac demum die 1 Maji, hora 8 matutina, extra Solem deprehensa est. Jam vero si omnium macularum, & fluidi, cui innatant, velocitas esset eadem in Solis superficie, & altitudine 1.32 semidiametri terrestris, periodica earum tempora pro varietate distantiarum fore ut 10000, & 10132, & discrimine horarum octo different inter se invicem. Quare cum diversarum revolutionum tempora æqualia sint, velocitas absoluta proportionalis erit distantiæ a centro, & ubique angularis velocitas erit eadem.

In Tellure etiam nostra nullos sensibiles, & regulares ventos experimur, qui ex vario angulari motu Telluris ipsius, & aëris, aut in extima superficie, aut in vertice altissimorum montium oriri possint. Si radius æquatoris ut supra statuatur hexapedarum Parisiensium 3280166, & Chimborasi montis altitudo sit 3220 hexapedarum, erit differentia spatiorum diurno motu a radice, & vertice Chimborasi circa axem Terræ descriptorum 20231 hexapedarum circiter, sive pedum Parisiensium 121386, quos per unam naturalem diem, sive

86164''

86164'' dividendo, præſto erit ventum ex eo defectu velocitatis angularis ortum in montis vertice pedes $3\ \frac{1}{2}$ unoquoque ſecundo temporis abſolvere debere.

At vero legem iſtam æqualium temporum periodicorum in ſingulis Atmoſphæris, & in quocumque vortice ad permanentem ſtatum delato univerſaliter locum habere jam indicavit, demonſtravitque Alembertius in tractatu de fluidis §. 404, & 405. Nam ſi dato axe rotationis vortex, aut Atmoſphæra in quotcumque ſtrata cylindrica, & concentrica dividi intelligatur, particulæ in eodem ſtrato ſibi invicem contiguæ, ſe accelerabunt ſemper, aut retardabunt, donec communem velocitatem adeptæ ſint. Rurſus ab inferioribus ad ſuperiora ſtrata motus aliquis ſemper tranſibit, donec idem angularis motus, & una fiat omnium periodus. Quæcumque igitur potentiæ, ac vires Atmoſphæræ particulis impreſſæ ſint, unica hac lege demum componi poterunt, niſi Atmoſphaera alicubi evadat varior, quam ut finito aliquo tempore ad eamdem motus rationem deducatur. Hoc poſito cum vis centrifuga ſub aequatore proportionalis ſit diſtantiis ſimplicibus a centro, gravitas vero in ratione duplicata auctarum diſtantiarum imminuatur, fient denique inter ſe aequales. Scilicet ſi Planetae radius ſit $=r$, gravitas ſub aequatore $=g$, vis centrifuga, $=c$ gravitas in diſtantia quacumque $x=\frac{r^2 g}{x^2}$, vis centrifuga $=\frac{c\,x}{r}$, ſtatuendo $\frac{r^2 g}{x^2}=\frac{c\,x}{r}$, eruetur $x=r\ \frac{\sqrt[3]{g}}{c}$. Ultra hos limites conſtitutas Atmoſphaerae alicujus particulas dum ſuam ſingulae velocitatem adipiſcentur proportionalem diſtantiae a centro, vis centrifugae conceptae exceſſu diſpergi undique, ac diſſipari neceſſe erit. In Æquatore Telluris noſtrae cum gravitas ad vim centrifugam ſe habeat ut 289 : 1, erit quaeſitus limes $=r\ \sqrt[3]{289}=r.\ 6\ \frac{1}{13}$. Eſt vero gravitas in ſuperficie Jovis ad gravitatem in ſuperficie Terrae in ratione 943 : 435 per *Cor.* 1. *Prop.* 8. *lib.* 3. *Princip. Mathem.* & vis centrifuga in Æquatore Terrae ad vim centrifugam in Æquatore

tore Jovis est in ratione composita ex simplici directa diametrorum 1 : 10, & reciproca duplicata temporum periodicorum 24, & 10, sive ut 10 : 576. Erit itaque gravitas in Æquatore Jovis ad vim centrifugam in ratione composita ex rationibus 943 : 435, 289 : 1, 10 : 576, sive ut 11 : 1, & limes erit $2\frac{1}{4}$ semidiametrorum Jovis, sive terrestrium semidiametrorum $22\frac{1}{2}$. Est etiam gravitas in superficie Solis ad gravitatem in superficie Terrae ut 10000 : 435, & vis centrifuga in Æquatore Terrae ad vim centrifugam in Æquatore Solis in ratione directa diametrorum 1 : 100, & reciproca duplicata temporum periodicorum 1 : $25\frac{1}{2}$, adeoque gravitas ad vim centrifugam in Æquatore Solis se habet circiter ut 42387 : 1, & numero integro limes idem evadet 35 semidiametrorum Solis, sive terrestrium semidiametrorum 3500.

Caput Quartum.

De *figura Atmosphæræ*.

Esto $AHFB$, *fig.* 17., Meridianus aliquis sphaeroidis circa Polos H, B compressae, proxime ad sphaeram accedentis, in suis omnibus partibus homogeneae, & quae fluido $MGED$ satis raro circum ambiatur, ut scilicet possit negligi attractio fluidarum partium inter se. Esto insuper semiaxis minor $HS = n$, major $AS = n + b$, sinus latitudinis puncti $T = s$, semidiameter $TS = n + b - bs^2$, & semidiameter conjugata $SZ = n + bs^2$. Denique per ordinatas singulas semidiametro TS traductis planis quibuslibet proposito Meridiano perpendicularibus, dividatur sphaerois in totidem ellipses similes, & circulis affines. Intelligitur facile, quod Cl. Clairaut §. 41., 42, & 44 *par.* 2. de Figura Terrae demonstravit, Ellipseos cujuscumque attractionem in punctum

Q.

Q aequalem esse attractioni circuli ejusdem areae, qui in centro suo perpendiculariter semidiametrum TS secet: ac propterea attractioni sphaeroidis nostrae substitui posse attractionem alterius sphaeroidis, cujus revolutionis semiaxis sit TS, & quae eamdem soliditatem cum priore illa complectatur, quae scilicet semidiametrum Æquatoris habeat mediam proportionalem inter SZ, & SA, sive inter $n + bs^2$, & $n + b$. Esset vero haec semidiameter $n + \frac{1}{2}b + \frac{1}{2}bs^2$, differentia semidiametri, & semiaxis $-\frac{1}{2}b + \frac{3}{2}bs^2$, & differentia eadem per semiaxem majorem novae sphaeroidis divisa, sive sphaeroidis excentricitas $\frac{-b+3bs^2}{2n+2b-2bs^2}$. Porro si fiat $SP = x$, $PQ = y$, & radius sit ad peripheriam ut $1 : p$, juxta §. 45. citati operis, erit attractio sphaeroidis hujus exercita in punctum $Q = \frac{2p(n+b-bs^2)^3}{3(x^2+y^2)} + \frac{4p(n+b-bs^2)^3}{3(x^2+y^2)} \cdot \frac{(-b+3bs^2)}{(2n+2b-2bs^2)}$ $- \frac{4p(n+b-bs^2)^5}{5(x^2+y^2)^2} \cdot \frac{(-b+3bs^2)}{(2n+2b-2bs^2)} =$

$$\frac{2pn^3 + 6pn^2b - 6pn^2bs^2 - 2pn^2b + 6pn^2bs^2}{(x^2+y^2)} + \frac{2pn^4b - 6pn^4bs^2}{5(x^2+y^2)^2}$$

$$= \frac{2pn^3 + 4pn^2b}{3(x^2+y^2)} + \frac{2pn^4b}{5(x^2+y^2)^2} - \frac{6pn^4by^2}{5(x^2+y^2)^3}.$$

Gravitas in Æquatore fiet $\frac{2}{3}pn + \frac{2}{5}pb$, & si ratio gravitatis ad vim centrifugam sit $g : c$, & quantitas vis centrifugae prae gravitate satis sit parva, evadet absoluta vis centrifuga in $A = \frac{2pnc}{3g}$, & in P, aut $Q = \frac{2pcx}{3g}$. Cum ergo media harum virium directio RC ad aequilibrium tuendum esse debeat curvae $MGED$ perpendicularis in puncto Q, ob subnormalem $PC = -\frac{ydy}{dx}$, & interceptam $CS = \frac{xdx+ydy}{dx}$, habebitur

$$\frac{2pn^3 + 4pn^2b}{3(x^2+y^2)} + \frac{2pn^4b}{5(x^2+y^2)^2} - \frac{6pn^4by^2}{5(x^2+y^2)^3} : \frac{2pcx}{3g} = \sqrt{(x^2+y^2)} : \frac{\frac{xdx+ydy}{dx}}{cx}.$$

$$\frac{cxdx}{3g} = (n^3 + 2n^2 b)\frac{(xdx+ydy)}{3(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{n^4 b(xdx+ydy)}{5(x^2+y^2)^{\frac{5}{2}}} - \frac{3n^4 b y^2 (xdx+ydy)}{5(x^2+y^2)^{\frac{7}{2}}}$$

$$\frac{cx^2}{6g} + C = -\frac{(n^3 + 2n^2 b)}{3(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{n^4 b}{15(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{3n^4 b}{5}\frac{Sy^2(xda+ydy)}{(x^2+y^2)^{\frac{7}{2}}}.$$

Eſt vero $\frac{Sy^2(xdx+ydy)}{(x^2+y^2)^{\frac{7}{2}}} = \frac{-y^2}{5(x^2+y^2)^{\frac{5}{2}}} + \frac{S2ydy}{5(x^2+y^2)^{\frac{5}{2}}}$,

& $\frac{S2ydy}{5(x^2+y^2)^{\frac{5}{2}}} = \frac{-2}{15(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{S2xdx}{5(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$ &c. Quare per ſeriem infinitam definietur aequatio curvae *MGED*.

Quod ſi interior ſphaerois ad ſphaeram ita proxime accedat, ut cenſeri poſſit $b = 0$, erit quaeſita aequatio $\frac{cx^2}{6g} + C = \frac{-n^3}{3(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}$: & quia poſito $SM = a, y = 0$, & $\frac{ca^2}{6g} + C = \frac{-n^3}{3a}$ eruitur $C = \frac{-n^3}{3a} - \frac{ca^2}{6g}$,

completa æquatione habebitur

$$\frac{n^3}{(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{n^3}{a} + \frac{ca^2}{2g} - \frac{cx^2}{2g},$$

& quadrando utrimque ad tollendam aſymetriam

$$n^6 = \frac{n^6 x^2}{a^2} + \frac{n^6 y^2}{a^2} + \frac{can^3 x^2}{g} + \frac{can^3 y^2}{g} + \frac{c^2 a^4 x^2}{4g^2} + \frac{c^2 a^4 y^2}{4g^2} - \frac{cn^3 x^4}{ga} - \frac{cn^3 x^2 y^2}{ga} - \frac{c^2 a^2 x^4}{2g^2} - \frac{c^2 a^2 x^2 y^2}{2g^2} + \frac{c^2 x^6}{4g^2} + \frac{c^2 x^4 y^2}{4g^2},$$

& ob parvitatem ipſius c negligendo omnes c^2,

n^3

$$n^3 = \frac{n^3 x^2}{a^2} + \frac{n^3 y^2}{a^2} + \frac{cax^2}{g} + \frac{cay^2}{g} - \frac{cx^4}{ga} - \frac{cx^2 y^2}{ga},$$

$$ga^2 n^3 - gn^3 x^2 - ca^3 x^2 + cax^4 = gn^3 y^2 + ca^3 y^2 - cax^2 y^2 a^2$$

$$y^2 : a^2 - x^2 = gn^3 - cax^2 : gn^3 + ca^3 - cax^2 .$$

Denique ſi altitudinem totius fluidi circumpoſiti modicam eſſe intelligamus, & fiat $a = n + \omega$, $n = a - \omega$, $n^3 = a^3 - 3a^2 \omega$, prodibit

$$y^2 : a^2 - x^2 = ga^3 - 3ga^2 \omega - cax^2 : ga^3 - 3ga^2 \omega + ca^3 - cax^2$$

$$y^2 : a^2 - x^2 = \frac{ga^3 - 3ga^2 \omega - cax^2}{ga^3 - 3ga^2 \omega - cax^2} - \frac{ca^3}{ga^3 - 3ga^2 \omega - cax^2} : 1,$$

$$g^2 : a^2 - x^2 = 1 - \frac{c}{g} : 1 = g - c : g,$$

in hoc ſcilicet caſu fluidi totius figura erit ſphaeroidica, ſemiaxium quadrata inter ſe erunt ut $g - c : g$, ſemiaxes ipſi ut $g - \frac{1}{2} c : g$, & ſemiaxium differentia evadet $= \frac{ca}{2g}$. Id plane convenit cum theoremate, a quo elegantiſſimam tractationem de generali ventorum cauſſa exorſus fuerat Alembertius. Quam priore aequatione definivimus, cenſeri poterit figura Atmoſphaerarum Terrae, & Jovis, qui duo prae caeteris Planetae magis ad Polos compreſſi ſunt. At ſi animadvertamus differentiam ſemiaxium Jovis eſſe $\frac{1}{12}$, & ſemiaxium Terrae differentiam eſſe circiter $\frac{1}{230}$ ſemiaxis totius minoris, deprehendemus non adeo poſſe a ſphaeroide compreſſa abludere utriuſque Atmoſphaerae formam, aut denſiorum ſaltem ſtratorum, quae Jovem propius, ac Terram ambiunt. In Planetis aliis Primariis, ac ſecundariis nulla hactenus diametrorum inaequalitas, detecta eſt. Planetae inſuper ſecundarii cum eodem tempore, & circa centrum, & circa ſuum Primarium revolvantur, minorem vim centrifugam concipiunt, quam ut a figura ſphaerica ſenſibiliter abducantur. Ex. gr. eſt vis cen-

trifuga in Æquatore terrae ad vim centrifugam in Æquatore Lunae in ratione composita ex simplici diametrorum 4 : 1, & reciproca duplicata periodicorum temporum 1 : 27, sive ut 2916 : 1. Rursus in Æquatore Terræ est vis centrifuga ad gravitatem ut 1 : 289, & gravitas in superficie Terræ ad gravitatem in superficie Lunæ ut 3 : 1. Adeoque gravitas ad vim centrifugam in Æquatore Lunæ est ut 2916 . 289 : 3 = 280908 : 1. In Æquatore Solis gravitatem ad vim centrifugam se habere ut 42387 : 1 jam supra notatum fuit. Quare ad formam Sphæroidum compressarum Atmosphæræ Solis, Lunæ, & aliorum Planetarum omnium accedent maxime, & semiaxium differentia erit quarta proportionalis ad duplum gravitatis, vim centrifugam sub Æquatore, & majorem Atmosphæræ altitudinem supra centrum.

Neque id minus accurate dictum censeri debet, quod gravitatem, & vim centrifugam inter se invicem componendo impulsionem radiorum luminis neglexerimus. Licet enim Solaris lux oculi humoribus collecta, delicatissimas nervi optici fibrillas impellendo sensum visionis excitet, & minimas etiam aliorum corporum partes calefaciendo agitet, solvat, fundat, & in vapores, ac fumum dissipet; vix tamen potest intelligi lucem tenuissimam, ac subtilissimam communicare aliis corporibus motum aliquem translationis, & eam vim corpora urgendo exerere, quæ ad totam vim gravitatis sensibilem rationem habeat. Motus illos, quibus Hombergus amianthi fila in foco speculi ustorii posita abripi animadvertit in Monumentis Parisiensibus anni 1708., ex calore, rarefactione, & explosione aëris speculi foco circumpositi ortos fuisse potius quam ex impulsiva radiorum vi, irregularitate eorumdem motuum ostendit Cl. Mairanus, & ex eo quod teste Hombergo nulli amplius motus hujusmodi observabantur ubi amianthum *fût présentée fort doucement, & une partie après de l'autre, de sorte qu'elle ne fût pas heurtée par le foyer trop rudement, ni dans tout sa surface à la fois*. Id etiam Mairanus confirmavit levissima ferri rota, ope acus magneticæ, horizontaliter suspensa. Animadvertit enim radios ex ipsius peripheria emergentes in foco lentis ita agitari, ut mo-

modo antecederent, modo retrocederent. Figura denique, quam supputata impulsiva radiorum vi Atmosphæra Solis indueret, & quæ non amplius lenticularis juxta institutas observationes esset, sed alicubi asymptotos, & ramos duplices, ac cylindroides ad infinitum usque protensas complecteretur, satis indicat data illa, ex quibus hoc curvæ genus eruebatur, in natura locum non habere. Vide to. 2. Berolinensis Academiæ, & Commentaria Academiæ Parisiensis anni 1747.

CAPUT QUINTUM.

De variationibus Atmosphæræ.

HÆc Atmosphæræ figura esset, si sola singulas particulas vis centrifuga, & gravitas versus centrum agitaret. At vero Planetarum aliorum omnium attractione figuram Atmosphæræ, & totius fluidi altitudines immutari necesse est. Si altitudines sint satis parvæ, & Planetæ alii ab Æquatore uniuscujusque Atmosphæræ parum recedant, facili calculo nova forma determinabitur. Esto enim $MGED$ *fig.* 18., Meridianus atmosphæræ aliquis, $MAEB$ Aequator, $QCFO$ circulus Æquatori parallellus. Planeta in plano Æquatoris positus, & productione radii SM duplicem vim exercet in punctum Q. Vis $3\,QV$ proportionalis est radio parallelli circuli $QCFO$, & vis QS in duas alias SV, QV resolvi potest, quarum prior SV agit extra planum circuli ipsius, altera vero QV est eidem radio proportionalis. Ex quo intelligitur adjectis iis attractionibus parallellos circulos in curvas similes esse abituros, & ex nova omnes Æquatoris forma determinari.

Jam vero si fiat $SZ = x$, & $HZ = y$, erit gravitas puncti H in Æquatore $MHAEB$ utcumque positi =

2 p

$\frac{2pn3}{3(x^2+y^2)}$, vis centrifuga gravitati contraria = $\frac{2pc}{3g}\surd(x^2+y^2)$, vis altera, quæ gravitati ſecundum HS addetur = $\frac{2p\Delta}{3g}\surd(x^2+y^2)$, & quæ ſecundum SZ aget = $\frac{2p\Delta x}{g}$, adeoque ex æquilibrii legibus habebitur

$$\frac{2pn3}{3(x^2+y^2)} - \frac{2pc}{3g}\surd(x^2+y^2) + \frac{2p\Delta}{3g}\surd(x^2+y^2) : \frac{2p\Delta x}{g}$$

$$= \surd(x^2+y^2) : \frac{xdx+ydy}{dx}$$

$$3\Delta x dx = \frac{gn3(xdx+ydy)}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} - c(xdx+ydy) + \Delta(xdx+ydy)$$

$$\frac{3}{2}\Delta x^2 + C = \frac{-gn3}{(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{2}cx^2 - \frac{1}{2}cy^2 + \frac{1}{2}\Delta x^2 + \frac{1}{2}\Delta y^2,$$

& quia poſito $x = a$, & $y = o$, prodit $\frac{3}{2}\Delta a^2 + C = -\frac{gn3}{a} - \frac{1}{2}ca^2 + \frac{1}{2}\Delta a^2$, adeoque eſt $C = -\frac{gn3}{a} - \frac{1}{2}ca^2 - \Delta a^2$, completa æquatione eruetur

$$\frac{n3}{(x^2+y^2\frac{1}{2})} = \frac{n3}{a} + \frac{ca^2}{2g} + \frac{\Delta a^2}{g} - \frac{cx^2}{2g} - \frac{cy^2}{2g} - \frac{\Delta x_2}{g} + \frac{\Delta y^2}{2g}$$

$$\frac{ga^2n3}{x^2+y^2} = gn^3 + ca^3 + 2\Delta a^3 - cax^2 - cay^2 - 2\Delta ax^2 + \Delta ay^2,$$

$$ga^2n^3 = gn^3x^2 + gn^3y^2 + ca^3x^2 + ca^3y^2 + 2\Delta a^3x^2 + 2\Delta a^3y^2 - cax^4 - cax^2y^2 - cax^2y^2 - cay^4 - 2\Delta ax^4 - 2\Delta ax^2y^2 + \Delta ax^2y^2 + \Delta ay^4,$$

$$gn^3y^2 + ca^3y^2 - 2cax^2y^2 + 2\Delta a^3y^2 - \Delta ax^2y^2 - cay^4 + \Delta ay^4 = ga^2n^3 - gn^3x^2 - ca^3x^4 - 2\Delta a^3x^2 + cax^4 + 2\Delta ax^4,$$

$y^2 : a^2 - x^2 = gn^3 - cax^2 - 2\Delta ax^2 : gn^3 + ca^3 - 2cax^2 \mp 2\Delta a^3 - \Delta ax^2 - cay^2 + \Delta ay^2$

$y^2 : a^2 - x^2 = gn^3 - cax^2 - 2\Delta ax^2 : gn^3 - cax^2 - 2\Delta ax^2 + ca^3 - cax^2 + 2\Delta a^3 - cay^2 + \Delta ay^2 + \Delta ax^2$,

& si fiat $n = a - \omega$, $n^3 = a^3 - 3a^2\omega$, emerget

$y^2 : a^2 - x^2 =$

$$\frac{ga^3 - 3ga^2\omega - cax^2 - 2\Delta ax^2}{ga^3 - 3ga^2\omega - cax^2 - 2\Delta ax^2} - \frac{ca(a^2 - x^2 - y^2) - \Delta a(x^2 + y^2) - 2\Delta a^3}{ga^3 - 3ga^2\omega - cax^2 - 2\Delta ax^2} : 1,$$

& quia denique ob c, & Δ satis parvas $c(x^2 + y^2)$ est proxime $= ca^2$, & $\Delta(x^2 + y^2) = \Delta a^2$ evadet quæsita æquatio, $y^2 : a^2 - x^2 = 1 - \frac{3\Delta}{g} : 1 = g - 3\Delta : g$, scilicet Æquatoris circulus in Ellipsim ex adjecta attractione abibit cujus semiaxes inter se erunt ut $g - \frac{3}{2}\Delta$, & g.

Similes etiam erunt sectiones omnes Meridiano *MGED* parallellæ, & meridiani ipsius figura eadem methodo investigari poterit. Fiet enim in loco *Q* vis tota secundum *QS* $= \frac{2pn^3}{3(x^2 + y^2)} + \frac{2p\Delta}{3g}\sqrt{(x^2 + y^2)}$, & vis tota secundum *QV* $= \frac{2pcx}{3g} + \frac{2p\Delta x}{g}$, adeoque

$$\frac{2pn^3}{3(x^2 + y^2)} + \frac{2p\Delta}{3g}\sqrt{(x^2 + y^2)} : \frac{2pcx}{3g} + \frac{2p\Delta x}{g} = \sqrt{(x^2 + y^2)} : \frac{xdx + ydy}{dx},$$

$$\frac{cxdx}{g} + \frac{3\Delta xdx}{g} = \frac{n^3(xdx + ydy)}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{\Delta}{g}(xdx + ydy),$$

$$\frac{cx^2}{2g} + \frac{3\Delta x^2}{2g} + C = \frac{-n^3}{(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{\Delta x^2 + \Delta y^2}{2g},$$

& quia statuendo $y = o$, & $x = a$ eruitur

$C = -\frac{n^3}{a} - \frac{ca^2}{2g} - \frac{\Delta a^2}{g}$, habebitur æquatio

n^3

$$\frac{n3}{(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}=\frac{n3}{a}+\frac{ca^2}{2g}+\frac{\Delta a^2}{g}-\frac{cx^2}{2g}-\frac{\Delta x^2}{g}+\frac{\Delta y^2}{2g}$$

$$\frac{a^2 n3}{x^2+y^2}=n^3+\frac{ca3}{y}+\frac{2\Delta a3}{g}-\frac{cax^2}{g}-\frac{c\Delta ax^2}{g}+\frac{\Delta ay^2}{g}$$

$$g a^2 n^3=gn^3 x^2+gn^3 y^2+ca^3 x^2+ca^3 y^2+2\Delta a^3 x^2+2\Delta a^3 y^2$$
$$-cax^4-cax^2 y^2-2\Delta a x^4-2\Delta a x^2 y^2+\Delta a x^2 y^2+\Delta a y^4,$$

$$g n^3 y^2+c a^3 y^2-c a x^2 y^2-2\Delta a^3 y^2-\Delta a x^2 y^2+\Delta a y^4=$$
$$g a^2 n^3-g n^3 y^2-c a^3 x^2+c a x^4-2\Delta a^3 x^2+2\Delta a x^4$$

$$y^2 : a^2-x^2=g n^3-c a x^2-2\Delta ax^2 : g n^3-c a x^2-2\Delta a x^2+$$
$$c a^3+2\Delta a^3+\Delta a y^2+\Delta a x^2,$$

$y^2 : a^2-x^2=1-\frac{c}{g}-\frac{3\Delta}{g} : 1=g-c-3\Delta : g$, videlicet Meridianus in ellipsim aliam abibit, cujus semiaxes erunt ut $g-\frac{1}{2}c-\frac{3}{2}\Delta$, & g.

Sectiones insuper, quæ planis quibuscumque diametro ME normalibus possunt effici, ellipsium similium formam referent, & semiaxes habebunt $g-\frac{1}{2}c$, & g. Quo dato ostendi poterit sectiones omnes, quæ planis per totam diametrum ME traductis exoriuntur Ellipses esse. Esto aliqua sectio hujusmodi $MndEF$, *fig.* 19., quæ cum plano Meridiani $M\mathcal{D}EG$ constituat angulum $\mathcal{D}Sd$. Quoniam sectiones diametro ME perpendiculares, sunt ellipses inter se similes, similes etiam erunt sectores $\mathcal{D}Sd$, NOn, sive erit $Sd : On=S\mathcal{D} : ON$, & quia Meridianus $M\mathcal{D}EG$ est ellipticus erit $S\mathcal{D} : ON=MS : \sqrt{MO \,.\, OE}$, adeoque $Sd : On=MS : \sqrt{MO \,.\, OE}$. Ita in hypothesi Planetæ sphærici, motus diurni, & mutuæ gravitatis eam Atmosphæra figuram adipiscetur, quæ gigni posset variabili ellipsi MGE circa invariabilem axem MSE revoluta. Et quidem MS, GS, & semiaxis in cen-

centro S Meridiani plano perpendicularis inter se erunt ut g, $g - \frac{1}{2}c - \frac{3}{2}\Delta$, $g - \frac{3}{2}\Delta$: tertia vero hæc semiaxis, quae in tota ellipseos revolutione variabilis intelligitur, a plano Æquatoris recedendo imminuetur in duplicata ratione sinus latitudinis.

CAPUT SEXTUM.

De Atmosphæra Terræ.

MOdo ut legem densitatis, & Atmosphæræ terrestris limites accuratiore calculo determinemus, revertamur ad priorem terræ sphæroidicæ hypothesim, statuamusque, *fig.* 17, $SN = z$, sinum latitudinis puncti $N = s$, cosinum $= t$. Cæteris omnibus manentibus ut supra erit gravitas in loco $N = \frac{2pn^3}{3z^2} + \frac{4pn^2b}{3z^2} + \frac{2pn^4b}{5z^4} - \frac{6pn^4bs^2}{5z^4}$, vis centrifuga $= \frac{2pctz}{3g}$, & ea portio vis centrifugæ, quæ secundum NS exeritur $= \frac{2pct^2z}{3g}$, adeoque erit totale pondus in loco $N = \frac{2pn^3}{3z^2} + \frac{4pn^2b}{3z^2} + \frac{2pn^4b}{5z^4} - \frac{6pn^4bs^2}{5z^4} - \frac{2pct^2z}{3g}$. Si aëris densitas in eodem loco sit $= \pi$, atque ut ferunt plura Mariotti, aliorumque experimenta, sit proportionalis ponderibus comprimentibus, & propterea densitatum decrementa proportionalia sint differentiis ponderum, seu pressionum, posita C constante aliqua quantitate, fiet $-Cd\pi =$

$$\frac{2pn^3\pi dz}{3z^2} + \frac{4pn^2b\pi dz}{3z^2} + \frac{2pn^4b\pi dz}{5z^4} - \frac{6pn^4bs^2\pi dz}{5z^4} - \frac{2pct^2\pi z dz}{3g},$$

& si aëris densitas in loco T vocetur $\mathfrak{D}$, & sit A altitudo aëris homogenei pondere suo toti columnæ aëreæ TQ, sive Mercurio in Barometris suspenso æquipollentis, ob, $TS = n + b - bs^2$, erit in loco eodem $C \cdot \mathfrak{D} =$

$A \,.\, \mathcal{D} \,.\, \left(\frac{2}{3}pn - \frac{4}{3}pb + \frac{4}{3}pbs^2 + \frac{4}{3}pb + \frac{2}{5}pb - \frac{6}{5}pbs^2 - \frac{2pct^2n}{3g}\right)$

$C = A \,.\, \left(\frac{2}{3}pn + \frac{2}{5}pb + \frac{2}{15}pbs^2 - \frac{2pct^2n}{3g}\right)$, & hoc valore in ſuperiore æquatione ſubſtituto

$-A.\left(\frac{2}{3}pn + \frac{2}{5}pb + \frac{2}{15}pbs^2 - \frac{2pct^2n}{3g}\right)\frac{d\pi}{\pi} = \frac{2pn3\,dz}{3z^2} + \frac{4pn^2bdz}{3z^2}$
$+ \frac{2pn4\,bdz}{5z4} - \frac{6pn4\,bs^2dz}{5z4} - \frac{2pct^2zdz}{3g}$,

$-A.\left(\frac{2}{3}pn + \frac{2}{5}pb + \frac{2}{15}pbs^2 - \frac{2pct^2n}{3g}\right).\ log.\ \pi = -\frac{2pn3}{3z} -$
$\frac{4pn^2b}{3z} - \frac{2pn4\,b}{15z3} + \frac{2pn4\,bs^2}{5z3} - \frac{pct^2z^2}{3g}$,

quæ in loco T æquatio ad hanc alteram reducetur

$-A\ \left(\frac{2}{3}pn + \frac{2}{5}pb + \frac{2}{15}pbs^2 - \frac{2pct^2n}{3g}\right) log.\ \mathcal{D} = -\frac{2}{3}pn^2 +$
$\frac{2}{3}pnb - \frac{2}{3}pbns^2 - \frac{4}{3}pnb - \frac{2}{15}pnb + \frac{2}{5}pnbs^2 - \frac{pct^2n^2}{3g}$ &

poſteriorem hanc æquationem ex priore ſubtrahendo

$\left(\frac{2}{3}pn + \frac{2}{5}pb + \frac{12}{15}pbs^2 - \frac{2pct^2n}{3g}\right) A\ .\ log.\frac{D}{\pi} = \frac{2}{3}pn^2 + \frac{4}{5}pb\omega$
$+ \frac{4}{15}pnbs^2 + \frac{pcn^2s^2}{3g} - \frac{2pn3}{3z} - \frac{4pn^2b}{3z} - \frac{2pn4\,b}{15z3} + \frac{2pn4\,bs^2}{15z3} - \frac{pct^2z^2}{3g}$,

$A\ .\ log.\ \frac{D}{\pi} = n + \frac{3}{5}b + \frac{1}{5}bs^2 + \frac{3ct^2n}{2g} - \frac{n^2}{z} - \frac{7bn}{5z} - \frac{ct^2n^2}{5z} +$
$\frac{bns^2}{5z} - \frac{n3\,b}{5z3} + \frac{3n3\,bs^2}{5z3} - \frac{ct^2z^2}{2ng}$,

$10ngz^3\ A\ .\ log.\frac{D}{\pi} = 10gn^2z^3 + 6gbnz^3 + 2gbs^2nz^3 +$
$15ct^2n^2z^3 - 10gn^3z^2 - 14gbn^2z^2 - 10ct^2n^3z^2 + 2gbns^2z^2$
$-2gn^4b + 6gn^4bs^2 - 5ct^2z^5$.

& ω fiat $TN = \omega$, $ST = n + b - bs^2 + \omega$, $z^2 =$

$n^2 + 2nb - 2bns^2 + 2n\omega$, $z^3 = n^3 + 3n^2b - 3n^2bs^2 + 3n^2\omega$,

z^5

$z^5 = n^5 + 5n^4 b - 5n^4 bs^2 + 5n^4 \omega$, has quantitates rite ſubſtituendo, negligendoque terminos, in quibus aut rectangula $b\omega$, aut utriuſque poteſtates occurrunt, eruetur

$$(n + 3b - 3bs^2 + 3\omega)\, 10 g n^3 A \,.\, log.\, \frac{D}{\pi} = 10 g n^5 + 30 g b n^4 - 30 g b s^2 n^4 + 30 g n^4 \omega + 6 g b n^4 + 2 g b s^2 n^4 + 15 c t^2 n^5 - 10 g n^5 - 20 g n^4 b + 20 g b n^4 s^2 - 20 g n^4 \omega - 14 g b n^4 - 10 c t^2 n^5 + 2 g b s^2 n^4 - 2 g b n^4 + 6 g b n^4 s^2 - 5 c t^2 n^5$$

$$(n + 3b - 3bs^2 + 3\omega)\, 10 g n^3 A \,.\, log.\, \frac{D}{\pi} = 10 g n^4 \omega$$

$$(n + 3b - 3bs^2 + 3\omega)\, A \,.\, log.\, \frac{D}{\pi} = n\omega,$$

& ſi logarithmi ex vulgaribus tabulis accipiantur, ac modulus logarithmorum ponatur m, fiet

$$(n + 3b - 3bs^2 + 3\omega)\, \frac{A}{m} \,.\, log.\, \frac{D}{\pi} = n\omega$$

$$mn\omega - 3\omega A \,.\, log.\, \frac{D}{\pi} = (n + 3b - 3bs^2)\, A \,.\, log.\, \frac{D}{\pi}$$

$$\omega = \frac{(n + 3b - 3bs^2)}{mn - 3A \,.\, log.\, \frac{D}{\pi}}\, A \,.\, log.\, \frac{D}{\pi}.$$

Ut hanc regulam noſtram explicemus exemplo aliquo, ſtatuamus quod Monnierii, & Caſſini de Thury experimento diligentiſſimo compertum fuit, in *lat.* $45°\ 25'\ 2''$ in vertice montis *le Puy de Domne* altitudinem Mercurii in Barometro ſuſpenſi eſſe *poll.* 23, *lin.* $9.\frac{1}{2}$, ſive *lin.* $285.\frac{1}{2}$, & in radice montis *poll.* 27, *lin.* $\frac{1}{2}$, ſive *lin.* $324\frac{1}{2}$. Erit in hoc caſu $D : \pi = 324\frac{1}{2} : 285\frac{1}{2} = 649 : 571$, & $log.\, \frac{D}{\pi} = 2\,.\,8122447 - 2\,.\,7566367 = 0\,.\,0556$ circiter, logarithmis Briggianis ſumptis, & poſito logarithmorum modulo $0\,.\,43429448$. Tum ſi Equatoris terreſtris radius ſit, ut ſupra, hexapedarum Pariensium 3280166, & ſit $n + b : n = 230 : 229$, prodibit $n = 265904$, $b = 14262$, $3b = 42786$, $3bs^2 = 21393$. Denique

 ſi pro-

ſi proportio denſitatum aquæ, & Mercurii aſſumatur, quam exhibuit Muſſchenbroekius (Eſſai de *Phyſ. chap.* 24, §. 830), $0 . 001 \frac{1}{4} : 13 . 593 = 5 : 54372 = 1 : 10874$, erit altitudo aëris homogenei Mercurio æquiponderantis *lin.* 3528613, ſive *hex.* 4084, $A . log. \frac{D}{\pi} = 227$, $3 A . log. \frac{D}{\pi} = 681$, $m n = 1418382$, adeoque

$$\omega = \frac{3287297 . 227}{1418382 - 681} = \frac{746216419}{1417701} = 524.$$

Si accipiatur proportio alia denſitatum, quam retulit Muſſchenbroekius *cap.* 36. §. 1422, ſcilicet $0 . 001 \frac{1}{4} : 14 . 000$, ſive $1 : 11200$, erit *A hex.* 4206. 4, &

$$= \frac{3287297 . 234}{1418382 - 701} = \frac{769227498}{1417671} = 542.$$

Denique ſi proportio alia $1 : 11900$ magis arrideat, quam Cl. Coteſius experimentis quibuſdam ſuis deprehendit fiet *A hex.* 4469, &

$$\omega = \frac{3287297 . 248}{1418382 - 745} = \frac{815249656}{1417637} = 575.$$

Altitudinem montis Caſſinus idem geometrice determinavit *hex.* 560, qui numerus fere medius eſt inter binos, quos poſteriore calculo aſſignavimus.

Neque vero ullum eſt dubium, quod ſi altitudines Barometricæ, & proportiones denſitatum Mercurii, & aëris eodem tempore, ac loco explorarentur, magis etiam obſervationes, & calculi convenirent inter ſe invicem, ſaltem quantum pati poſſent exhalationes, vaporeſque hetherogenei, qui Atmoſphæræ immiſcentur, & naturalem ipſius ſtatum, ut adnotaverat Daniel Bernoullius, perturbant maxime. Demus tamen methodi noſtræ exempla alia. In vertice montis Pici Teneriffæ inſulæ, ut ſtatuit cum Feuvilleo Bernoullius *pag.* 214 Hydronamicæ, eſt Mercurii altitudo 17 *poll.* 5 *lin.*, ſive *lin.* 209, & in libella maris 27 *poll.*, 10 *lin.* ſive *lin.* 334. adeoque $log. D = 2 . 5237465$, $log. \pi = 2 . 3201463$, & $log. \frac{D}{\pi} = 0 . 2$ quam proxime. Juxta priorem Muſſchenbroe-

kii

kii proportionem altitudo aëris homogenei, sive A evaderet *hexap.* 4204. 7, & altitudo montis *hexap.* 1958. Juxta proportionem alteram prodiret $A = 4329.\ 4$, & $\omega = 2017$. Juxta proportionem Cotesianam, denique esset $A = 4600$, & $\omega = 2143$. Bernoullius altitudinem totius montis statuit cum Feuvilleo hexapedarum Parisiensium 2193. Thomas Heberden in *Transac. Philos. vol.* 47, *num.* 57 altitudinem montis definivit hexapedarum Londinensium 2566, scilicet Parisiensium 2737, nec tamen retulit quæ in vertice, & radice montis vera Mercurii in Barometris suspensi altitudo sit.

Veniamus ad eas etiam observationes, quas cum a regulis vulgaribus montium dimetiendorum nimium recedere animadverteret Cassinus Filius, in Monumentis Parisiensis Scientiarum Academiæ anno 1733, suspicatus est densitates aëris duplicatam potius, quam simplicem comprimentium ponderum rationem sequi. Massiliæ in *lat.* 43° 17' 45'' altitudinem Barometricam Plantadius deprehendit 28. *poll.*, & 2 *lin.*, sive *lin.* 338. Esset igitur juxta primam Musschenbroekii proportionem altitudo aëris homogenei *hex.* 4254. In vertice montis *Mouflet* ad altitudinem 21 *poll.*, & $\frac{2}{3}$ *lin.*, sive *lin.* 252 $\frac{2}{3}$ subsidebat Mercurius, adeoque erat $\frac{D}{\pi} = \frac{1014}{758}$, $\log.\ \frac{D}{\pi} = 0.\ 126$, $A\ .\ \log.\frac{D}{\pi} = 536$, & $3\ A\ .\ \log.\frac{D}{\pi} = 1608$. Quare cum sinus 43° 17' 45'' sit 0 . 6856, & quadratum sinus 0 . 47004736, fiet $3\,bs^2 = 20111$, & $\omega = 1244$. Juxta secundam proportionem prodiret $A = 4381$, & $\omega = 1281$. Juxta proportionem Cotesii A evaderet $= 4655$, & $\omega = 1360$. Quare cum ex Plantadio altitudo montis sit Parisiensium hexapedarum 1289, in ea latitudine observationes magis accedent primæ, & secundæ quam tertiæ proportioni gravitatum specificarum Mercurii, & aëris.

Pariter si in vertice montis *Canigou* altitudo Mercurii statur 20 *poll.*, & *lin.* 2 $\frac{1}{2}$ sive *lin.* 242 $\frac{1}{2}$, erit $\log.\ \frac{D}{\pi} =$

log.

$log. \frac{676}{485} = 0 . 1454881$, $A . log. \frac{D}{\pi} = 619$ circiter, $\omega = 1437$, juxta priorem Musſchenbroekii proportionem. Juxta alteram erit $A . log. \frac{D}{\pi} = 637$, & $\omega = 1478$. Plantadius autem Trigonometrice altitudinem montis determinavit *hex.* 1454. Invenit etiam altitudinem montis *Barthelemi hexap.* 1190, & altitudinem Mercurii in vertice 21 *poll.*, & *lin.* $2 \frac{1}{3}$, ſive *lin.* $254 \frac{1}{3}$: quo dato juxta priorem proportionem illam evaderet $log. \frac{D}{\pi} = 0. 1235$, $A \, log. \frac{D}{\pi} = 525$, & $\omega = 1218$. Denique ut recentiorem obſervationem aliquam proferamus, ad pedes montis Pichincha altitudo Mercurii Cl. Bouguerio erat 28 pollicum, & lineæ unius, ſive linearum 337, quæ etiam altitudo Barometrica, ut ipſe animadvertit, ſub zona Torrida, atque in libella maris ſatis conſtans cenſeri poteſt. In montis vertice altitudo erat 15 pollicum, & linearum 11, ſive linearum 191, adeoque $log. \frac{D}{\pi} = 0 . 2466$, & juxta eamdem proportionem $A = 4241$, $A . log. \frac{D}{\pi} = 1046$, $3 \, A . log. \frac{D}{\pi} = 3138$, &

$$\omega = \frac{3308690 \, . \, 1046}{1418382 - 3138} = 2445$$

ſcilicet ex hoc calculo prodibit ω hexapedis fere 15 major, quam Bouguerius Geometricis menſuris definierat.

Si notum eſſet ad quem uſque terminum aër noſter expandi poteſt, eadem methodo Atmoſphæræ limites eruerentur. Primo autem exploratum hacce in re eſt, parum admodum ignis vi dilatari aërem. Ut obſervat Muſſchenbroekius *cap.* 36., §. 1402, aër in tubo vitreo contentus, eo caloris gradu, quo liquefieri vitrum incipit, non niſi triplo magis expanditur. Utique s' Graveſande aëris bullulam 15000 ampliorem factam in aqua deprehendit. Cavendum eſt tamen, ne

ne hanc tantam dilatationem incluso aëri tribuamus potius quam aquæ, quæ, dum in vapores abit, maxime extenditur, & elasticitatem ingentem concipit. Et plane in hoc ipso casu s' Gravesande elasticitatem aëris tercenties minorem fuisse memorat, adeoque aërem non fuisse, nisi tercenties rariorem. Musschenbroekius etiam cum *cap.* 36. *Phys.* §. 1408, adnotasset calefactæ aquæ bullulam, in recipiente Antliæ Pneumaticæ, in volumen 46656000000 amplius abiisse, priusquam in extima superficie aquæ disrumperetur, subdidit: *Je n'oserois pourtant assurer, que cette petite bulle soit de l'Air, & voici ce qui me tient en suspens à cet égard. Lorsqu'on met dans le Vuide de l'Eau bien purgée de l'Air qu'elle contient, & qu'on l'y chaufe à l'aide du Feu jusqu'à ce qu'elle soit sur le point de bouillir, on y apperçoit des Bulles semblables aux précédentes, & qui ne peuvent avoir été formées que par le Feu. Seroit ce donc le Feu qui se dilate ici lui-même, & peut-it-il se dilater si fort? Je n'ai garde de l'assurer, & la chose reste encore fort incertaine.*

Certum est autem Antliæ Pneumaticæ beneficio non nisi ad certos usque terminos educi aërem, ac dilatari posse. Cl. Smeaton egregia machina eo pervenit ut fere ad tertiam lineæ partem depresserit Mercurium in Barometro suspensum, & aërem millies rarefecerit. Vide *Transac. Philos. vol.* 47. *num.* 69. Quoniam igitur novis emboli agitationibus novus aër non educebatur, censeri poterit aërem millies rarefactum per poros machinæ, & emboli interstitia libere penetrare, & nullam amplius densitatem sensibilem habere. Hoc posito Atmosphæræ totius sensibilis limes ultimus ille erit, in quo evadet $log. \frac{D}{\pi} = 3$, & fiet maxima altitudo aëris sub æquatore $= \frac{3308690 \cdot 4241 \cdot 3}{1418382 - 9 \cdot 4241} = \frac{42096462870}{1380213} = 30500$.

Hallejus ex duratione crepusculorum paulo magis elevari aërem deduxerat, scilicet ad milliaria usque Britannica 45, Hirius vero ad 51. Hæc tamen crepusculorum supputandorum ratio incerta est ob ignotam naturam curvæ, qua radii lu-

lucis ad nos perveniunt, & quæ neque ex data lege densitatum aëris definiri potest. Vim refractivam aëris non esse densitati proportionalem animadvertit optime Bouguerius *par.* 2. *cap.* 1. §. 66. dissertationis de observandis in mari sydera altitudinibus, quæ anno 1729 ab Academia præmio donata est.

Caput Septimum.

De Atmosphæra Solis.

IN disquisitionibus Physico-Astronomicis, quibus præmium anni 1734 retulit, Daniel Bernoullius, cum radium Solis vocasset r, x distantiam loci dati ab ipsius centro, 1 elasticitatem, calorem, densitatemque in superficie Solis, in loco autem assumpto densitatem $\mathcal{D}$, & elasticitatem E; eamdem densitatem proportionalem statuit ponderibus comprimentibus, sive elasticitati E per calorem $\frac{r^2}{x^2}$ divisæ, sive esse $\mathcal{D} = \frac{Ex^2}{r^2}$. Tum Atmosphæram cogitatione dividens in infinita strata sibi invicem concentrica, decrementa elasticitatis $-dE$, dum altitudo x quantitate dx augetur, proportionalia esse voluit ponderi totius strati, quod haberet altitudinem minimam dx. At vero hoc pondus æquale est altitudini dx per densitatem $\mathcal{D}$, & gravitatem $\frac{r^2}{x^2}$ multiplicatæ. Posita igitur constante aliqua quantitate n, prodibit $-dE = \frac{nr^2 \mathcal{D} dx}{x^2} = nE\,dx$, & facta debita integratione, indicatoque per c numero, cujus logarithmus est unitas, eruetur $E = c^{n(r-x)} = \frac{1}{c^{n(x-r)}}$ & $\mathcal{D} = \frac{x^2}{c^{n(x-r)}r^2}$. Ex hac æquatione sequi censuit vir Clarissimus, maximam densitatem in superficie Solis non haberi, sed alio in loco longius a Sole fortasse dissito, ex. gr. in distantia Veneris, aut Martis: cu-

jus

jus rei quidem rationem phyſicam eam attulit, quod ingente calore prope Solem Atmoſphæra admodum rareſiat. At æquationem ipſam differentiando ibi habebitur major denſitas ubi ſit $2c^{n(x-r)} r^2 x\, dx - n c^{n(x-r)} r^2 x^2\, dx = 0$, qui locus diſtabit a centro Solis quantitate $\frac{2}{n}$, adeoque recidet extra Solem, ſi n ſit binario major, incidet vero in ſuperficiem ſi ſit æqualis. Licet autem adhuc ignotus ſit idem numerus, patet maximam denſitatem in ſuperficie Solis eſſe oportere. Vidimus Solares maculas altius aſcendere, & in altitudinibus $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$ terreſtrium ſemidiametrorum penſiles revolvi. Porro aut non aſcenderent amplius maculæ, aut ſi aſcendendo in fluidum denſius, ac ſpecifice gravius tranſirent, magis ſemper, magiſque elevarentur ultra Mercurii, Veneris, & Martis orbitam, ſi orbita Veneris, aut Martis, quod Bernoullius exiſtimaverat, Atmoſphæræ denſiſſimæ eſſet locus.

Quid ergo? Non ne in minoribus diſtantiis incaleſcendo Atmoſphæra maxime expanditur? Inprimis expanſio corporum incaleſcentium, atque effectus caloris omnes non magis ex intenſione caloris agentis pendent, quam ex diſpoſitione quadam eorumdem corporum ad radios caloriferos excipiendos, retinendoſque. Calore ferri candentis ex. gr., cum in vapores abeundo aqua pluſquam millies rareſiat, aër vix triplo magis dilatatur. Specula etiam maxima uſtoria, quæ duriſſimum quodcumque corpus diſſolvunt, fundunt, vitrificant, calcinant, nullum ſenſibilem calorem in ea parte aëris relinquunt, in qua radiorum collectorum focus diutiſſime permanſerit. Quod ſi ergo Atmoſphæram Solis, quæ ſatis languida, & uniformi luce perfunditur, & tranſpectum aliorum ſyderum minime impedit, radiis Solaribus facile perviam eſſe intelligamus; caleſiet utique, expandeturque in minoribus diſtantiis quoquomodo, & in ſuis omnibus partibus evadet rarior, quam ſi calor auferetur: neque tamen caloris vi ſuperincumbentium ſtratorum pondus ſic vinci poterit, ut extra Solis ſuperficiem cadat locus maximæ denſita-

tatis. Satius igitur erit ex dato hoc loco ignotum illum numerum n eruere, quam ex numero adhuc ignoto locum Atmoſphæræ denſiſſimæ determinare. Sit radius Solis $AB = r$, *fig.* 20., $AE = x$, ſinus latitudinis puncti $E = s$, coſinus $= t$, gravitas abſoluta $= \frac{2pr^3}{3x^2}$, vis centrifuga, quæ gravitati contraria eſt $= \frac{2p\varphi t^2 x}{3g}$, poſito quod in Æquatore Solis ſit gravitas ad vim centrifugam ut $g : \varphi$. Si c ſit numerus, cujus logarithmus eſt unitas, & n quantitas conſtans aliqua, habebitur

$$-n\,dE = \frac{2pr^3\,D\,dx}{3x^2} - \frac{2p\varphi t^2\,D\,x\,dx}{3g} = \frac{2}{3}prE\,dx - \frac{2p\varphi t^2\,E\,x^3\,dx}{3r^2 g}$$

$$-\frac{n\,dE}{E} = \frac{2}{3}pr\,dx - \frac{2p\varphi t^2 x^3\,dx}{3gr^2}$$

$$n\,.\,log.\,E = C - \frac{2}{3}prx + \frac{p\varphi t^2 x^4}{6r^2 g} = \frac{2}{3}pr^2 - \frac{2}{3}prx - \frac{p\varphi t^2 r^4}{6r^2 g} + \frac{p\varphi t^2 x^4}{6r^2 g}$$

$$n\,.\,log.\,E = \frac{2}{3}pr(r-x) - \frac{p\varphi t^2}{6r^2 g}(r^4 - x^4)$$

$$E = c^{\left(\frac{2}{3n}pr(r-x) - \frac{p\varphi t^2}{6r^2 gn}(r^4 - x^4)\right)} = \frac{1}{c^{\left(\frac{2}{3n}pr(x-r) - \frac{p\varphi t^2}{6r^2 y^n}x^4 - r^4\right)}}$$

$$\mathcal{D} = \frac{x^2}{c^{\left(\frac{2pr}{3n}(x-r) - \frac{p\varphi t^2}{6r^2 ng}(x_4 - r^4)\right)}\,r^2}$$

Sumptis differentialibus in loco maximæ denſitatis fiet

$$2c^{\left(\frac{2pr}{3n}(x-r) - \frac{p\varphi t^2(x^4-r^4)}{6r^2 ng}\right)}r^2 x\,dx - c^{\left(\frac{2pr}{3n}(x-r) - \frac{p\varphi t^2(x^4-r^4)}{6r^2 ng}\right)}r^2\left(\frac{2pr\,dx}{3n} - \frac{2p\varphi t^2 x^3\,dx}{3r^2 ng}\right) = o$$

$$2r^2 x - \frac{2pr^3}{3n} + \frac{2p\varphi t^2 x^3}{3ng} = o$$

$$n = \frac{pr}{3x} - \frac{p\varphi t^2 x^2}{3r^2 g},$$

ſive, quia locus iſte in ſuperficie Solis eſſe debet, videlicet

ubi

ubi $x=r$, eruetur $n=\frac{pg-p\varphi t^2}{3g}$ atque hoc valore in æquatione ſubſtituto prodibit

$$\mathcal{D}=\frac{x^2}{c^{\left(\frac{2prg}{pg-p\varphi t^2}(x-r)-\frac{p\varphi t^2}{2pg-2p\varphi t^2}(x^4-r^4)\right)}r}$$

$$\mathcal{D}=\frac{x^2}{c^{\left(\frac{2rg}{g-\varphi t^2}(x-r)-\frac{\varphi t^2}{2g-2\varphi t^2}(x^4-r^4)\right)}r^2},$$

in axe producto $\mathcal{D}=\frac{x^2}{c^{2r(x-r)}r^2}$,

in plano Æquatoris $\mathcal{D}=\frac{x^2}{c^{\left(\frac{2rg}{g-\varphi}(x-r)-\frac{\varphi}{2g-2\varphi}(x^4-r^4)\right)}r^2}$.

Itaque in ipſa Solis ſuperficie cum ſit denſitas $=1$, in diſtantia 5 Solarium ſemidiametrorum erit $=$

$\frac{25}{c^{\frac{2\,.\,42387\,.\,4}{42387-1}-\frac{624}{2\,.\,42387-2}}}$, aut quia c eſt proxime $=3$, proxime etiam fiet $\mathcal{D}=\frac{25}{3^8}=\frac{25}{6561}=0\,.\,0038$. In diſtantia ſemidiametrorum Solarium 35 evadet $\mathcal{D}=$

$\frac{1225}{3^{\frac{2\,.\,42387\,.\,34}{42387-1}-\frac{1500625-1}{2\,.\,42387-2}}}=\frac{1225}{3^{50}}$ circiter, adeoque magis Atmoſphæra Solis rareſceret eo in loco, quam ut maxime ratos motus, ac regulares Mercurii, & Veneris perturbet, aut eamdem angularem velocitatem ab inferioribus aliis partibus finito tempore recipiat, & diebus ſimul $25\frac{1}{2}$ circa Solem revolvatur. Ita rariſſimæ, ac ſubtiliſſimæ illæ particulæ, quæ reflectendis tantum radiis Solaribus, & Zodiacali exhibendo lumini ſunt aptæ, quaſque ultra orbitas Mercurii, & Veneris extendi vidimus, poterunt etiam altius aſſurgere ad uſque ipſam Telluris, & Martis orbitam, quin idcirco metuendum ſit ne toto angulari motu communicato

 diſ-

dissipetur Atmosphæra omnis, & denique ad semidiametros Solares 35, aut terrestres semidiametros 3500 reducatur.

Aliquis tamen motus a Sole, & stratis inferioribus continuo affrictu transibit ad superiora. Hoc ipso Atmosphæra magis circa Æquatorem, quam circa Polos sese expandendo, affluendoque sphæroidicam, sive potius lenticularem figuram referet, quæ in Zodiacali lumine, aut tota saltem Zodiacalis luminis portione, quæ supra Horizontem enitet, deprehendi solet. Deinde Atmosphæræ densitas, & luminis ejusdem vis in extrema regione augebitur, quemadmodum anno 1686 Cassinus, ac Fatius observarunt. Ubi demum eam vim centrifugam, quæ gravitatem superet, conceperint partes ultimæ, huc illuc dispergentur, & Atmosphæra apparens Solis coarctabitur, quousque novo incremento motus, ac vis centrifugæ altius sese efferat. Hæc erit omnium illius lucis vicissitudinum, quæ innotuerunt hactenus, caussa, & ratio. Anno 1683, & 1684, cum primum a Cassino detecta est, longitudinem 60°, aut 50° exhibuit. Anno 1685 pervenit ad 75°. Initio anni 1686 ad 90° fere accessit, tum vere ineunte rediit ad 80°, 75°, 58°, 53°, atque iterum ad 90°, & 93° Mense Majo. Labente anno 1687 non nisi 70° visa est. Mairanus cum aliquando extensionem lucis 90°, 100°, & 103° conspexisset, aliquando etiam reperit 80°, 70°, & 60°.

Quam vero ob causam longitudo omnis, sive axis major Solaris Atmosphæræ augeri, ac minui alternis vicibus intelligitur, vario scilicet motu, ac vi centrifuga, attritu, ac densitate particularum altius semper, atque altius assurgentium; etiam minor axis variari poterit, quin tamen proportio aliqua certa, & stabilis utrumque inter haberi oporteat, & maxima, aut minima longitudo maximæ, aut minimæ latitudini necessario debeat respondere. Et plane cum die 4 Februarii anni 1687 longitudo Zodiacalis luminis esset 100°, latitudo nonnisi 13°, aut 14° visa est, & die 5 Septembris anni 1685 latitudo plusquam 20° apparuit, cum longitudo ad 75° dumtaxat protenderetur. Denique fieri poterit, ut plures partes ex locis inferioribus ascendant, licet non adhuc tanta velocitas, ac vis centrifuga extremæ regioni accedat, aut viceversa, atque ita

ita non semper claritas, atque extensio Solaris Atmosphæræ una eademque proportione, ac lege contineantur.

Caput Octavum.

De Atmosphæra Planetarum Inferiorum, & Cometarum.

NE Atmosphæras Mercurii, & Veneris quibusdam certis limitibus definiamus, partim ignota vis gravitatis prohibet, & partim etiam diurnus motus, qui quidem nullo artificio hactenus in Mercurio, in Venere autem non nisi dubiis, ac dissentientibus observationibus explorari potuit. Anno 1666, & 1667 Bononiæ Cassinus senior Telescopio Campani pedum 17 $\frac{1}{2}$ partes nescio quas Veneris obscuriores, lucidioresque animadvertit, & ex earum consideratione collegit Venerem 23^h 20' circa suum axem revolvi ab Austro in Septentrionem. Lutetiæ Parisiorum nihil simile amplius detexit, licet egregiis Telescopiis pedum 100, & 130 usus esset. Anno autem 1726, & 1727 Romæ Cl. Blanchinus Telescopiis Campani palmorum Romanorum 88, & 94 in superficie Veneris alias maculas deprehendit a Cassinianis prorsus dissimiles, lentissimoque earumdem progressu cognito statuit Venerem diebus 24, & horis 8 a Septentrione in Austrum volvi circa axem 15° circiter elevatum supra Eclipticæ planum, & in tota sibi periodica revolutione parallellum. Parisiis interim Cassinus Filius, & Maraldus Telescopio Campani palmorum Romanorum 120, seu pedum Parisiensium 82, & altero etiam Hartsoekerii pedum 114, aliique alibi diligentissimi Astronomi optimis instrumentis nihil hujusmodi observarunt, licet Blanchini maculæ adeo extenderentur, ut minoribus etiam Telescopiis debuissent cerni. Duo enim maria Regis Emmanuelis, & Infantis Henrici, quæ simul conjungi viderat Blanchinus, longitudine plusquam di-

dimidiam, & latitudine plusquam tertiam disci apparentis partem occupabant : & maria insuper Columbi, Vespucci, ac Galilæi longitudine plusquam duas tertias partes exæquabant, & plusquam unam tertiam latitudine.

In tanta igitur observationum institutarum discordia, & obscuritate, vix potest quidpiam aliud concludi, quam quod superius notatum est: Venerem scilicet, & Mercurium attractas undique Atmosphæræ Solaris partes circa se rapere, & ad modum Atmosphæræ alterius cohibere. Comprimi vero, & condensari possunt quam maxime eædem partes, quæ in distantia 3500 semidiametrorum terrestrium cum tantam raritatem illam præseferant, qua inferiorum Planetarum motum minime afficiunt; prope Solis superficiem vaporibus, atque exhalationibus aliis prægravant, quas ex locis humilioribus avulsas ad altitudinem usque unius, aut unius etiam, ac dimidiæ terrestris semidiametri compellunt, & quæ, cujuscumque indolis, ac texturæ effingantur, satis densæ esse debent, ut cum radios apprime vividos intercipiant, aut reflectant, & partem aliquam disci totius abscondant, non tamen solvantur illico, & quandoque duas, aut tres etiam revolutiones integras absolvant. Atmosphæra igitur, quæ alicubi adeo rarescit, atque addensatur, dum circa Venerem, & Mercurium aglomerabitur, majore vi gravitatis circa extimam superficiem, & incumbentium stratorum pondere majorem densitatem adipiscetur. Id incolarum singularum commodo non parum conferet : quatenus ea strata inter se invicem hetherogenea illabentes Solares radios, & radiorum vim, ac calorem obtundent undique.

Cometarum potior est ratio. Dum enim in Ellipsibus prælongis, & ad Parabolas proxime accedentibus motus suos prosequuntur, descendendo ad Perihelium subeunt intima, & profundiora Atmosphæræ Solaris loca. Hoc ipso autem vehementius incalescent: & primo quidem Atmosphæra omnis, quæ in remotissimis Aphelii locis diutissime riguerat, Soli propius accedendo explicabit iterum sese, & in amplissimum capillitium illud abibit, quod interiorem Cometarum nucleum circumdat. Deinde vero hac tanta caloris differentia

tia perculsas rariores partes magis etiam, magisque expandi necesse erit, & specificæ gravitatis defectu avolare altius, & longiorem caudam exhibere. Et cum aliquando ad ea usque intervalla effundatur cauda, in quibus Atmosphæræ Solaris densitas subductis calculis fere infinite parva deprehenditur, subtiliores adhuc moleculas ex universa Cometæ superficie evelli dicendum erit. Ita cum in vacuo Boyliano crassiores omnes exhalationes, quæ ustorio speculo, aut lente aliqua excitari solent, labantur ad imum locum, distillatione adeo attenuantur spiritus, ut in vapores abeundo ascendant. Porro tanta illa caudarum raritas ex eo etiam posset colligi, quod licet impuræ undique, & hetherogeneæ caudæ esse debeant, aliorum tamen cælestium corporum transpectum interjectu suo minime impediunt.

Hisce principiis Cl. Boscovich., in dissertatione de Cometis numero 79, rationem attulit cur alia sint Planetarum phænomena, qui in orbibus propemodum circularibus, & æque densis Atmosphæræ stratis revoluti non sentiunt tantas inæqualitates frigoris, & caloris, aut saltem partibus volatilibus jam ab initio avolatis in æquilibrio quodam perseverant. Numero etiam 72, & 76 Newtonum reprehendit, quod Cometarum caudas censuerit communem motum projectionis retinere, & pergere moveri cum capitibus usque ad Aphelia in orbibus similibus, & inde etiam fortasse cum iis redire. Cum enim globus eo tempore, quo in vacuo percurrit $\frac{8}{3}$ totius diametri, in medio æque denso amittat dimidium suæ velocitatis, exhalationes illæ tenuissimæ in densiore Atmosphæra Solis velocitatem, qua cum capite antea projiciebantur, retinere diutius non poterunt, & solo gravitatis defectu ascendent. Quo jam in plano descriptæ orbitæ manebunt, & ad partes Soli oppositas dirigentur, & progrediente capite deflectent ad partes alias, quæ ab ipso interim relinquentur: & quia ob majorem differentiam densitatum Atmosphæræ Solaris, & prodeuntium exhalationum multo celerius exhalationes omnes initio ferri debent, &, Atmosphæræ resistentia eliso priore motu, tardius deinde, ac tardius

pro-

promoveri, ita deflectent ad easdem partes, ut curvitatem plagæ oppositæ obvertant, in quam videlicet tendit Cometa. Id numero 73 addidit vir clarissimus. Denique numero 75 animadvertit, quod si impulsione radiorum luminis vapores ex interiore nucleo emergentes sursum ascenderent, potius contrario modo incurvarentur. Cum enim recedendo a Sole intensio luminis deficiat in ratione multo minore quam circumfusi medii resistentia, & gravitas in ipsum Cometæ nucleum; continuis radiorum celerrimorum ictibus accelerari vapores ascendentes necesse esset, & curvitatem relictis partibus obverti.

Præclare insuper a Mairano in suis additamentis notatum est Cometas a Sole dissitos vix aliquam caudæ speciem exhibere. Consulamus eam tabulam, quam in secunda prælectionum Astronomicarum editione pag. 254 contexuit solertissimus de la Caille, & qua distantiam periheliam exhibuit 43 Cometarum, qui ab anno 1337 ad annum usque 1748 apparuerunt. Ex ipsis novem, qui in conspectum prodierunt annis 1533, 1577, 1618, 1665, 1677, 1680, 1686, 1737, 1744, Soli accesserunt propius quam Mercurius. Novemdecim inferiores fuerunt Venere, qui scilicet annis 1337, 1472, 1531, 1532, 1556, 1580, 1590, 1596, 1607, 1661, 1672, 1682, 1683, 1698, 1702, 1706, 1739, 1743, 1748 visi sunt. Novem alii infra Terræ orbitam descenderunt annis 1593, 1652, 1684, 1699, 1707, 1723, 1742, 1743, 1748. Sex tantum, qui annis 1585, 1664, 1678, 1718, 1729, 1747, observati sunt, distantiam periheliam majorem a Sole habebant, quam Terra nostra. Et ex his primum Tycho, & quartum Kirchius sine ullo caudæ vestigio deprehenderunt. Quintus Sarabato exiguum capillitium dumtaxat obtulit, quod latitudine Jovis disco æquale erat. Sextum Maraldus sine ulla cauda, & D. de Chefeaux dumtaxat cauda 24' præditum judicavit. Capillitium tertii Hookius quasi decuplo ampliorem capite existimavit, scilicet $4\frac{1'}{6}$. Secundus prælongam caudam 14° observante Hevelio præsetulit. Ipse vero trigesima nona parte radii orbis magni a Sole magis quam Terra in Perihe-

helio recedebat, & Solari Atmosphæræ immergebatur, quam nudis oculis aliquando longius etiam pertingere animadvertimus. Contra qui anno 1680 Cometa proxime Soli accessit, caudam emisit 40°, 50°, 60°, & 70°.

Tamen pro varia Cometarum textura, & indole fieri poterit ut in minoribus distantiis minus, aut magis in majoribus incalescant, & nulla certa, ac rata sit distantiarum, exhalationumque effusarum undique proportio. Ita solis observationibus amplitudo caudæ, & densioris illius atmosphæræ, quæ interiorem Cometarum nucleum circumdat determinari poterit, facta scilicet diametrorum capitis, & capillitii comparatione. Minima diameter capillitii Cometæ anni 1682 Telescopio pedum sexdecim, & Micrometro accuratissime a Flamsteedio observata æquabat 2' 0", nucleus vero, seu Stella in medio capitis vix partem decimam occupabat hujus latitudinis, adeoque erat radius Atmosphæræ ad Cometæ radium ut 10: 1. Rursus Cometa anni 1665 cum mense Aprili nitore suo fixas omnes superasset, latitudinem capillitii 6' Hevelio exhibuit, nucleus vero minor videbatur Jove, aut etiam intermedio Saturni corpore, minor scilicet 16", unde Atmosphæræ radius ad Cometæ radium se habebat in majore ratione quam 360: 16, aut 45: 2. Newtonus denique in *Prop.* 39. *lib.* 3. *Princip.* animadvertit diametrum capillitii raro ultra 8', aut 12' extendi, & nuclei diametrum quasi esse decimam, aut decimam quintam partem diametri capillitii, unde intelligitur quousque Atmosphæra Cometarum soleat pertingere. Ampliores tamen aliquando Atmosphæræ visæ sunt. Ita cum nucleum, & capillitium Cometæ anni 1744 ope Micrometri comparasset Boscovichius deprehendit illum ne partem quidem hujus sexagesimam sub initium exæquasse.

Caput Nonum.

De Atmosphæra Lunæ.

Quoniam eam tantam, ac fere immensam raritatem, quam instituto superius calculo definivimus, Solis Atmosphæra in extremis regionibus cum habeat, adhuc tamen tenuissimis lucis radiis reflectendis idonea est; fluidum etiam, quod Lunam ambit, rarissimum, ac subtilissimum esse poterit, licet Eclipseos Solaris tempore, quando e conspectu aufertur Sol, & circa Lunæ discum refracti, reflexique Solares radii simul ad oculum perveniunt, lucidi annuli speciem referat. Invenit autem Cel. Boschovichius §. 90, 96, & 98 dissertationis de Atmosphæra Lunæ, quod si ea dumtaxat fluidi Lunaris densitas statueretur, quam anno 1748 in Monumentis Berolinensibus Eulerus ad modum hypotheseos proposuerat, & qua refractio horizontalis ad 20'' assurgeret; in immersionibus, emersionibusque syderum post Lunam, Planetarum quidem diametri duplo longiores fierent, stellæ autem fixæ uno minuto minus a se invicem distantes ad suduplam distantiam pervenirent, & sensibiles aliæ haberentur irregularitates motus, & radiorum maxime rubeorum separationes. Insuper §. 104, & sequentibus ostendit, quod juxta Euleri hypothesim illuminatæ, obscuræque disci Lunaris partes nulla ratione amplius distingui possent; quemadmodum ex verticibus nostrorum montium distingui non possunt partes, quæ directa, & reflexa luce in plana superficie perfunduntur. Denique ubi Atmosphæræ sensibilis esset densitas, alia Lunæ facies, alius color, & locus macularum, sereno, & nubilo tempore appareret. Nullam tamen hujusmodi vicissitudinem in Lunari disco observamus, & eodem modo Lunam conspicimus, quo ex Luna aut Peruvium, aut quædam Africæ regiones videri possent, in quibus nec pluviæ unquam, nec nives cadunt. Syderum prope discum transeuntium irregularitas vix ulla est. Fontenelle, Maraldus, Male-

lezieu, Cassinus, Mairanus, Hirius in immersionibus, atque emersionibus se nullam deprehendisse testati sunt. Mairanus tamen in Monumentis Parisiensis Scientiarum Academiæ anni 1716 stellam fixam a se observatam retulit, quæ cum immersioni esset proxima a Lunari disco recedere videbatur. In Monumentis etiam anni 1706 aliquando fixas ante immersionem oblungari statuit Cassinus. Hirius pariter anno 1718, cum immersionem fixæ observaret, moram duorum circiter minutorum existimavit. Cassinus plusquam unius minuti, & secundorum plurium Maraldus eamdem censuit Lutetiæ Parisiorum, Bononiæ vero Manfredius, & Londini Poundius omnino nullam. Anno 1737 stellam Aldebaram fere Lunam secando disparuisse dixit Monnierius. Kirchius anno 1729 figuram Veneris Lunæ accedentis mutatam vidit. Isleus anno 1715 uno minuto ante immersionem, & post emersionem Veneris Lunari disco propiorem limbum coloris rubei, violacei alterum conspexit. Nihil autem hujusmodi eodem tempore Lutetiæ Parisiorum deprehenderunt Maraldus, Cassinus, Malezieu, & Monte Pessulano Plantadius, & Clapiés. Insuper Isleus ipse animadvertit fixam quamcumque, dum Telescopii, & lentium centro accederet, propiore parte rubeum colorem, & remotiore violaceum præsetulisse.

In occultatione Veneris, quæ a Luna die 15 Aprilis anno 1751 facta est, cum Joannes Bradlejus Grenovicii, aere maxime sereno, egregio Telescopio Cata-dioptrico pedum sex, observationi accurate incumberet, nullam penitus variationem a se visam fuisse retulit in *Transf. Philos. vol.* 47., *num.* 30. Londini autem cum aër fumo interspersus, atque obvolutus esset, ita ut duobus etiam post Novilunium diebus Luna nudis oculis non intueretur, figuram Veneris ante immersionem uno minuto Cl. Bevis mutatam censuit. Nihil hujusmodi in emersione contigit, licet *num.* 22. ipsius voluminis testatus sit sese integro minuto a Telescopio non abfuisse. Die 26 Julii, anno 1753, cum Venerem plusquam dimidia sui portione a Luna jam occultatam Romæ conspiceret Audiffredius, reliquum discum non minus circularem existimavit, quam si a Luna longissime absuisset. Planetam

tamen pallore insigni suffusum vidit, qui non evanuit nisi 7, aut 8 minutis ante immersionem, & post emersionem: cujus quidem phænomeni caussam censuit, aut atrum vaporem aeri offusum, aut proximam, ac vividam Lunarem lucem, quæ lucem Veneris obtunderet. Denique ipse Audiffredius Romæ, & Cl. Ximenius Florentiæ, & alii etiam agnoverunt die 30 Julii anni 1756 minutis aliquot ante immersionem sensibiliter lumen Martis cæpisse minui.

Aliqua hujusmodi observationum diversis instrumentis, & pluribus in locis institutarum dissensio indicare posset, occultandorum syderum moram figuræ, coloris, motus vicissitudines, quæ aliquando ante, & post immersionem detectæ sunt, aut vitio Telescopiorum tribuendas esse, aut irregularibus refractionibus aeris nostri, aut caussis aliis similibus. Idem de observationibus omnibus sine aliqua observatorum celeberrimorum injuria dici nequit. Aliunde vero intelligitur, quod licet adeo rara sit Atmosphæra Lunæ, ut sensibilem radiorum copiam nonnisi Eclipseos Solaris tempore ad nos reflectat, quandoque ita alterari aliqua ex caussa poterit, ut irregularitatem aliquam motus, coloris, figuræ exhibeat. In atmosphæra etiam nostra interdum refractiones ordinariis longe majores prodeunt, & loca quædam tanto intervallo dissita cernuntur, ut sine magnis iis refractionibus distingui nequeant. Ex. gr. *lib.* 25. Pancosmiæ Franciscus Patritius retulit se ex viciniis Tolonis Corsicam plusquam 300 milliariis inde remotam conspexisse.

Boscovichius vero cum phænomena hæc omnia aut Atmosphæræ Terræ, & Solis tribueret, aut observantium indiligentiæ, & vitio instrumentorum, censuit Lunæ Atmosphæram non esse quidem satis elasticam, variabilem, rarissimamque, sed potius densam, similem aquæ nostræ, & in qua adeo advenientes radii reflectantur, ut illabendo in solidas Lunæ partes transmitti nequeant, & sublata transmissione radiorum omni, immersiones, emersionesque cælestium corporum habeantur momento temporis, ac si nulla esset Atmosphæra. Hoc etiam posito ostendit umbras singulas, asperitatesque Lunaris disci in exteriore superficie fluidi depictas circulari

lim-

limbo complecti oportere: eadem prorsus ratione, qua in phiala vitrea, intus utcumque scabra, & colorato liquore imbuta, color protenditur ad partes extimas, & margo politissimus apparet. At quamvis Lunæ margo asperitates plerumque nullas exhibeat, quod in ordinem circumpositorum montium, & ulteriorem transpectum impedientium rejecerat Galilæus; in Pleniluniis tamen maximæ latitudinis asperitates plures se observasse retulit Ricciolius *lib.* 4. Almagesti, & plures in Eclipsibus annorum 1706, 1710, 1715, 1724 deprehenderunt Heinrichius, Cassinus, Hirius, & Maraldus. Denique plusquam dimidiam Lunæ partem illustrari directe a Sole, & tenuem annulum apparere docuit Boscovichius illius magnæ refractionis ope: in quo rursus authori præclarissimo suffragari nequeo. Scilicet si lux annuli reflexione una, & duplici refractione in ingressu, egressuque Lunaris Atmosphæræ ad nos usque perveniret, eodem modo illustraretur annulus, ac cæteræ Lunæ crescentis, aut decrescentis partes, extremoque Lunari disco, ad quem radii oblique transeunt, esset similis, & in singulis Noviluniis videri posset. Annulum tamen non nisi Eclipseos Solaris tempore sub forma Halonis vidit Heinrichius, Wolfius tenuem, & pallidum, Scleuzerus aureum, Pechius in varios circulos concentricos divisum. Itaque statui potest, quod antea proposuimus, lucidum annulum nonnisi ex fluido aliquo circa Lunam diffuso oriri, hoc vero satis rarum esse, & variabile, ut sensibilem radiorum copiam dumtaxat Eclipseos tempore ad nos reflectat, & stellarum prope transeuntium sensibilem alterationem dumtaxat aliquando, & peculiaribus ex caussis gignat. Annuli autem latitudinem unius Lunaris digiti, aut trium fere minutorum anno 1715 Londini observarunt Louvilleus, & Cassinus. Eamdem extensionem Massiliæ, & Monte Pessulano anno 1706 exhibuit annulus, nec nisi in ea parte, ex qua adhuc apparebat Solaris discus unius minuti Lipsiæ visus est. Hæc autem extensio annuli alio etiam argumento evertit Boscovichii hypothesim. Sequeretur enim, ut ipse eruit §. 65. ejusdem dissertationis, nimis amplam superficiei Lunaris partem illustrari directe a Sole, & quæ circiter parti septimæ

to-

totius diametri latitudine æqualis esset. Id vero & maximam indicaret Lunaris fluidi densitatem, & annulum in phasibus Lunæ omnibus exhiberet. Annulum coarctare voluit Boscovichius: non sine aliqua, ut mihi quidem videtur, observationum omnium injuria. Neque enim Wolfius, Heinrichius, & reliqui Astronomi celeberrimi adeo tenuem ipsum annulum descripserunt.

Porro alia languidior lux, quæ Monte Pessulano extendi ad 8° visa est, interrupti illi, ac in gyrum effusi radii, quos Londini Atmosphæræ Lunaris fulgura esse censuit Louvilleus, Cassinus vero Lutetiæ Parisiorum ex Sole processisse existimavit, phænomena hujus generis, si quæ sunt, non plane rata, & constantia, cum nec in quolibet Eclipsi, nec ubivis, nec eodem modo habeantur, ex mutationibus accidentalibus terrestris, aut Solaris Atmosphæræ deduci poterunt. Eadem caussa censenda est earum veluti ansarum lucis ex Orientali, & Occidentali parte Solis magis protensæ, quam anno 1715 Valerius Upsaliensis Astronomus, & anno 1733 in Schandinavia Tiburtius, & Chenon observarunt.

Caput Decimum.

De Atmosphæra Planetarum Superiorum.

Atmosphæram Martis amplissimis limitibus definiri ex iis observationibus deduci potest, quas primo capite dissertationis hujus recensuimus. Cum enim Roemerus Stellam in effusione Aquarii positam non antea emersam viderit, quam ejus a disco Martis distantia exæquasset duas tertias partes diametri, Atmosphæræ altitudo ad radium Martis erit ut 4: 3. Latiores adhuc ejusdem termini evaderent, si senioris Cassini observationibus standum esset. Nam quoniam ex Cl. Monnierio, *Institut. Astronom.* §. 556, Perigæi Martis diameter censeri potest $22 \frac{1}{2}''$ Cassinus vero in distantia 6' a disco Martis stellam illam distinguere amplius non potuit, Atmo-

sphæ-

ſphæra ad 34 circiter radios Martis aſſurgeret. At vero ſatis parvo inſtrumento pedum 3 Caſſinus tunc uſus fuerat: unde Roemeri obſervationes, quæ egregio Teleſcopio inſtituebantur, ad definiendam Atmoſphæræ amplitudinem potiores videri debent. Maxime cum Stellam quintæ magnitudinis non niſi prope Martis ſuperficiem diſparuiſſe retulerit Caſſinus Filius.

Quod ſi Atmoſphæræ illius radius, quæ ulteriorem fixarum tranſpectum impedit, & propterea ſatis denſa eſt, ad radium Martis ſe habeat ut 7 : 3, oportebit ſane ut gravitas in ea diſtantia ſuperet vim centrifugam, ſive ut gravitas ad vim centrifugam in Æquatore Martis ſit in majore ratione quam 343 : 27. Univerſim enim denſiora Atmoſphæræ alicujus ſtrata ultra eos terminos protendi nequeunt, in quibus ſit $cx^3 = gr^3$, quemadmodum capite tertio notatum eſt. Eſt autem vis centrifuga in Æquatore Martis ad vim centrifugam in Æquatore Terræ in ratione compoſita ex ſimplici diametrorum $\frac{3}{5}$; & 1, atque ex reciproca duplicata periodicorum temporum $24\frac{2}{3}$, & 24, ſive ut 1728 : 3040: & vis centrifuga in Æquatore Terræ ad gravitatem ſe habet ut 1 : 289: gravitas igitur in ſuperficie Martis erit ad gravitatem in ſuperficie Terræ in majore ratione quam 343. 1728 : 27. 3040. 289, ſive quam 592704 : 23721120, aut 1 : 40. Et quia denſitas eſt ut pondus applicatum ad ſphæræ radium, erit denſitas Martis ad denſitatem Terræ in majore ratione quam 5 : 120, ſive 1 : 24. Quia denique in ſuperficie Martis gravitas ſe habet ad gravitatem in diſtantia unius terreſtris ſemidiametri ab ipſius centro in ratione duplicata $\frac{3}{5}$: 1; gravitas in Martem erit ad gravitatem in Terram noſtram paribus ab utriuſque centro diſtantiis, in majore ratione quem 9 : 1000. Si Caſſini ſenioris obſervationibus ſtandum eſſet, in ſuperficie Martis gravitas ad gravitatem in ſuperficie Terræ ſe haberet in majore ratione quam 74088000 : 696160.

Atmoſphæræ denſioris, quæ Jovem cingit, radius ad radium Jo-

Jovis majorem rationem habere nequit, quam 9 : 4, five ultra unam femidiametrum Jovis cum quarta parte Atmofphæra illa nequit affurgere, ut capite eodem tertio dictum eft. Ita æquilibrium gravitatis, & vis centrifugæ, quod ampliffimas Atmofphæras permitteret Planetis aliis, Atmofphæram Jovis, qui circa centrum celerius volvitur, fatis coarctat. Ea porro maxima Atmofphæræ extenfio in Æquatoris plano cenferi debet: nam circa Polos, & vis centrifugæ defectu, & ob ipfam figuram Jovis, quæ oblatam fphæroidem exhibet, minore altitudine æquilibrium columnarum omnium tuebitur. Undique etiam perturbari fingulorum Satellitum attractionibus eamdem Atmofphæram neceffe eft. Fortaffe inde ortum ducunt viciffitudines, quæ in motu macularum Jovialium deprehendi folent, & quas caloris diverfitati tribuendas cenfuit Caffinus. Obfervatum eft enim maculas prope Æquatorem Jovis citius revolvi, quam in aliis circulis parallelis. At nifi plures obfervationes hacce in re fuppetant, nihil certius proferri poterit.

Ex obfervationibus, quas initio differtationis hujus recenfuimus, deduxit Caffinus filius in Monumentis Parifienfis Scientiarum Academiæ anni 1715 Atmofphæram Saturni ad ufque extimam fuperficiem annuli pertingere. Nam zonæ illae, quas aliquando longioribus Telefcopiis detexit eamdem fere curvitatem cum annulo praefeferebant. Et quidem anno 1715, cum annulus rectilineam umbram in Saturni difcum projiceret, rectilineae videbantur. Anno autem 1696 cum in confpectum prodiiffet annulus, minimam curvitatem aliquam exhibebant. Ex quo intulit vir clariffimus non adhaefiffe zonas Saturni corpori, nec fuiffe aliud quam nubium circumpofitarum umbras ex eadem regione annuli projectas. Non poteft vero Atmofphaera denfior ad primum ufque Satellitem extendi: fecus perturbaretur ipfe in fuis motibus, nec una Kepleri lege cum caeteris revolvi poffet. Cum igitur Saturni femidiameter ad femidiametrum annuli fit circiter ut 2 : 5, & diftantia primi Satellitis fit fere duarum femidiametrorum annuli, Atmofphaerae altitudo inter $\frac{3}{2}$, & 4 Saturni femidiametros confiftet.

Po-

Ponamus Atmosphaerae semidiametrum complecti tres semidiametros Saturni, & quo modo ex jam data revolutione Martis circa suum axem gravitatis limitem aliquem definivimus, ita nunc ex perspecta gravitate in Saturni superficie diurni motus limitem aliquem eruamus. Vis centrifuga ad gravitatem in Saturni Æquatore se habere debet in minore ratione quam 1 : 27, ut scilicet in ea trium semidiametrorum distantia gravitatem adhuc non superet. Est vero in superficie Saturni gravitas ad gravitatem in superficie Terræ ut 529 : 435, & gravitas in superficie Terræ ad vim centrifugam sub Æquatore ut 289 : 1. Compositis igitur rationibus vires centrifugæ sub Æquatore Saturni, & Terræ in minore ratione erunt quam 152881 : 11745, sive si radius Terræ dicatur R, tempus diurnæ revolutionis T, radius Saturni r, & revolutionis tempus t, erit $\frac{r}{t^2} : \frac{R}{T^2} < 152881 : 11745$. Porro si diameter Saturni juxta Newtonum statuatur 16'', parallaxis horizontalis Solis 10'', distantiæ mediocres Saturni, & Terræ a Sole 954, & 100, prodibit $R : r = 1 : 7.6$, adeoque t^2 fiet majus quam $\frac{51403512^h}{152881}$, sive 336.23^h, & Saturni revolutio circa axem plusquam $18^h\ 18'$ absolvetur. Si ad extremam regionem annuli dumtaxat pertingat Atmosphæra, revolutionis tempus minus esse poterit $18^h\ 18'$, dummodo sit majus $13^h\ 57'$.



DE

PAULLI FRISII
DE NATURA, ET MOTU
ÆTHERIS,
AC PHÆNOMENIS INDE PENDENTIBUS

CONIECTURÆ PHYSICÆ

QUARUM SPECIMEN ANNO MDCCLV.

IMPERIALIS PETROPOLITANÆ

SCIENTIARUM ACADEMIÆ JUSSU,
ET SUFFRAGIO EDITUM EST.

DE NATURA ET MOTU
ÆTHERIS.

CUM multa sint, in quibus veterum Philosophorum, recentiorumque sententiae dissident inter se, tum in id maxime consensisse videntur omnes, ut fluidum aliquod subtilissimum, tenuissimumque crassiori aëri admisceri vellent, permeare terrestria corpora, & per caelestia spatia latissime diffusum esse. Hanc fuisse Thracum, Ægyptiorum, Persarum, hanc veterum Chaldæorum, qui ex Zoroastri schola prodierunt, hanc Serum, Indorumque, quos hodierni Sinenses, & Siamenses secuti sunt, hanc sectae Italicæ, Jonicæ, Stoicæ, Socraticæ, Platonicæ communem fere opinionem, ex Suida, Diodoro, Vossio, Stanlejo, Buddæo, Laertio, & Platone ipso colligimus. Fluidum ipsum Boerhavius elementarem ignem, atomorum effusionem Gassendus, Cartesius globulosam, subtilemque materiam, Newtonus æthereum medium, & spiritum subtilissimum appellavit. Newtonus autem quæstione 18 Opticæ eo potissimum argumento ad fluidum agnoscendum perductus est, quod si in duobus vitreis cylindris amplioribus duo thermometra ita suspensa sint, ut vitrum non contingant, & aër ex altero horum vitrorum exhauriatur, ac postmodum vitra ex frigido in calidum locum deferantur, thermometrum, quod in vacuo est, neque tardius, neque remissius incalescit, quam quod in libero aëre relinquitur: exinde enim consequi animadvertit vir maximus exteriorem calorem illum transire in vacuum non posse nisi medii cujuspiam vibrationibus, quod aëre subtilius sit, quod vitra aliquo modo penetret, & quod exhausto aëre supersit. Porro ex ejusdem medii tenuissimi

vi-

vibrationibus non effusionem caloris solum, sed etiam lucis inflexionem, reflexionemque, ac refractionem, & vices faciliores reflexionis, transmissionisque, & lucem ipsam, elasticitatem, gravitatemque ortum ducere Newtonus subsequentibus aliis quæstionibus Opticis suspicabatur, & in generali, ac postremo scholio principiorum Mathematicorum se plura excogitasse indicavit circa eam fluidi actionem, qua proximæ corporum particulæ attrahuntur, & contiguæ cohærent, & agunt corpora electrica ad majores distantias, & lux emittitur, reflectitur, frangitur, & corpora calefacit. Et quamvis toto Principiorum opere voces attractionis, impulsus, propensionis cujuscumque in centrum promiscue usurpaverit, monuit tamen *def.* 8. *lib.* 1. se has voces non physice, sed mathematice accipere, quatenus effectus, & motus denotant, non quatenus principia, & caussas: & initio undecimæ sectionis addidit centripetas vires corporum rectius, & castigatius impulsus dici, quam attractiones.

Quæ quidem cum ita sint jure merito mirari subit Desaguillierium, Clarkium, Gravesandium, aliosque, quos Johannes Bernoullius de Cartesii systemate edisserens appellabat discipulos Magistro suo animosiores, attractionem corporum non quidem impulsu physico, sed ingenita quadam vi fieri voluisse, Keillium vero theoremata, & leges quasdam ipsius vis exhibuisse, quibus nihil deesse videatur præter demonstrationem, & Cotesium ulterius progressum in præfatione Newtonianae Philosophiae attractionem, gravitatemque simplicissimis aliis, atque essentialibus corporum proprietatibus impenetrabilitati, extensioni, mobilitati adjecisse, nec minore ratione inquiri posse censuisse qua de caussa exiguae corporum particulae sese attrahant, quam cur sint mobiles, & extensae. In quo quidem perspicacissimo Geometrae non possumus non refragari. Etenim ex eo quod gravitas, & attractio sint generales caelestium corporum, & terrestrium proprietates, non nisi pessimo vocabulorum abusu, & confusione inferri potest esse etiam proprietates essentiales. Sine idea impenetrabilitatis, extensionisque idea corporis nulla est, & nihil plane corporis concipimus, dum concipimus aliquid aut

pe-

penetrabile, aut inextensum. Contra adhuc nitidam ideam corporis habemus dum aliquid impenetrabile, & extensum concipimus, quod gravitet in terram tantum, & non in Lunam, aut in Lunam, & non in terram, aut quod neque in terram, neque in Lunam, neque ullo prorsus modo grave sit. Itaque cum essentialis corpori sit extensio, & impenetrabilitas; attractio, & gravitas non nisi generalis corporum omnium proprietas esse poterit: cumque nulla amplius extensionis, & impenetrabilitatis quaeratur ratio, quia semel ac corpus est, solidum, extensumque esse debet; jure merito quaeri poterit cur minimae corporum particulae, & quam ob caussam sese attrahant: neque enim est qui minus distincte intelligat quomodo cohaereant corpora, quam quomodo habeant ingenitam sese attrahendi vim. Imo fortasse cohaesionis idea conceptus attractionis ingenitae, & ab impulsu non pendentis obscurior est. Qui enim dicunt omnes materiae particulas *A*, *B*, *C* &c. sese invicem attrahere natura sua, intelligunt ne quod vis quaedam in corpusculo *B* resideat, quo ex se tendat versus *A*, an quod vis quaedam in corpusculo *A* habeatur, quae corpusculum *B* agitando ad contactum usque perducat? Si primum dicant, explicent quomodo idem corpusculum ex se possit habere infinitas vires, quibus ad infinita puncta, etiam ex diametro opposita constanter tendat, quarum directiones mutatis punctorum locis mutentur, vires acceleratrices punctis accedentibus, aut recedentibus crescant, aut imminuantur, & absolutae actiones, licet impediri aliquando corpusculorum oppositione possint, numquam tamen ita extingui possint, ut sublata oppositione amplius non exerceantur. Si secundum respondeant, explicent quo arcano fit quod corpusculum *A* alia quaevis corpuscula *B*, *C*, etiam ex diametro opposita, etiam infinita numero, & a se dissita agitet, turbet, rapiat, debilius quidem, aut fortius pro majoribus, minoribusve distantiis. Quid hisce rebus omnibus obscurius? Cum ergo Physici impulsus ideam nitidam maxime, & distinctam habeamus, attractionis illius conceptus arduus undique, & implicatus est.

Accedit corpora electrica subtilissimum fluidum, ex quo pro-

profluit electricitas, exhibere ipsis oculis, cohaesioni explicandae Keillianam attractionem illam vix sufficere, cæteris vero explicandis phænomenis reflexionis, refractionis, inflexionis lucis, suspensionis fluidorum in tubis capillaribus &c. prorsus esse imparem. Quod quidem non ita dictum debet intelligi, quatenus succenseamus argumentis iis omnibus, quæ adversus attractionem a recentioribus scriptoribus allata sunt, sed quatenus nonnulla in medium proferri posse arbitremur, quae ostendant attractionem ingenitam cum naturae phaenomenis minime conciliari. Explicemus singillatim singula, ut videant adversarii quam candide rem agamus. Nonnulli primum adversus attractionem argumentum desumunt ab exemplis 2. & 3. *propos.* 81. *lib.* 1. *Princ. Mathem.* Newtoni, juxta quae exempla si vis tendens ad singula materiae puncta esset reciproce in triplicata, aut quadruplicata distantiarum ratione, attractiones sphaerarum in contactu ipso augerentur ad infinitum, ut notant Newtoni Interpretes *num.* 527., & 531: adeoque si in data aliqua distantia aliquo modo sensibilis esset attractio, se postmodum contingentes sphaerae nulla amplius sensibili vi separari possent a se invicem. Secundum ex eo derivant, quod si laminae planae, & politae sibi invicem superimpositae sola attractionis vi tendente ad puncta singula cohaererent, eadem, aut ferme eadem vi divelli ad invicem deberent, sive perpendiculariter, sive ex latere divellerentur: cum tamen in perpendiculari divisione maxima vis experiatur, in laterali vero, quando una lamina supra alteram glifcit, sit ferme nulla. Tertium desumunt ex cohaesione hemisphaeriorum diversae diametri, ex metallo, & ex vitro comparatorum, in quibus si, compensantibus sese invicem circumferentiis, latitudinibusque, annularium marginum se contingentium superficies aequales fiant, modica cera interposita, extractoque aëre intus contento, longe diversa cohaesio deprehenditur, ut qui annuli ampliorem peripheriam, minoremque habænt latitudinem, non nisi multo majoribus ponderibus appensis dissolvi possint. At vero fortasse haec tria attractionum patronis nihil negotii possunt facessere. Primum enim debet intelligi de eo corpu-

pusculo dumtaxat, quod sphaeram tangit, quodque cum in data distantia attractionem non nisi infinite parvam subire possit, aucta in contactu ad infinitum usque attractione non nisi finita vi sphæræ adhærebit. Secundum infirmum est: nam quando lamina *L N*, *fig.* 21., ab alia *P Q* divellitur perpendiculariter, juxta attractionum hypothesim, tota duarum laminarum attractio mutua superanda est: at si laterali motu punctum *A* in *a* transeat, non attractiones totæ punctorum *B*, & *D* ex. gr. superari debent, sed differentia solum attractionis, qua punctum *D* puncti *A* motum promovet, & punctum *D* retardat: atque ita cum differentia omnis totalibus attractionibus longe sit minor, in laterali laminarum separatione vis longe minor impendi debet. Tertium hypoteses omnes excogitatas hactenus a Philosophis circa cohærentiam corporum æque convelleret: omnibus enim opponi posset æqualium superficierum se contingentium æqualem attractionem esse oportere. Fortasse in hypothesi attractionum facilior argumenti solutio est. Juxta ipsam enim cum totius annuli attractio in corpusculum quodlibet exercita non pendeat solum ex annuli amplitudine, sed ex numero, distantia, & loco attrahentium punctorum, quæ duo postrema dato etiam æquali punctorum numero, & mutata solum annuli latitudine, atque ambitu diversa sunt; præsto est diversam attractionem corpusculi uniuscujusque, & superficiei annuli alterius esse posse. Nihil autem ex illo experimento concludi potest. Quis enim experimentatorem accuratissimum certum fecit aut eodem modo lævigatos fuisse annulos æqualis superficiei, & contactus habuisse aeque amplos, aut eadem ratione distributam fuisse utrobique ceram, aut fluidum aliud interpositum, aut ante aëris extractionem æquali penitus vi compressos fuisse annulos ad intermedium aërem excludendum? Patet in hujus generis experimentis disparitates illas, quæ cohæsionem longe diversam faciant, declinari nequaquam posse.

Jam vero gravioribus argumentis adversus Keillium, Clarkium, Musschenbroekium agendum est. Si particulae primigeniae jam ex se solidae, & cohaerentes statuantur, viribus-

que attractivis praeditae pro varietate distantiarum variis, compositorum omnium cohaesio aliquo modo explicari poterit. At si cohaesio ex attractivis viribus penderet omnis, aliam esse oporteret, quam vere sit. Si enim cohaesio corporum ex attractione dumtaxat oritur, sine attractivis viribus materies, & materiei partes singulae ad infinitum usque essent fluidae: & attractivis iisdem viribus materiei primitus superadditis partes singulae figuram sphaericam induissent, qua sola omnium virium aequilibrium tueri potest. Sese attrahentes partes non nisi aequalibus a communi centro distantiis, & stratis sphaericis dumtaxat inter se aequilibrari ipse etiam Musschenbroekius animadvertit in suo Specimine Physicae, *num.* 588. Primo igitur ex attractione in solidos globulos abiisset materies omnis. Hujusmodi autem globuli contigui, aut sejuncti fuissent inter se. Si dicant attractionis patroni sejunctos fuisse globulos debent assignare caussam cur fuerint, & qua ad contactos mutuos pervenire minime potuerint: deinde ex globulis a se dissitis non alia coaluissent corpora nisi fluida. Quod si contiguos velint globulos ab ipsis rursus quaerendum erit utrum attractrices globulorum vires insensibiles prorsus fuerint, an potius sensibiles & magnae. Si primum affirmetur, minima etiam vi adhibita potuissent globuli a se invicem disjungi, & corpora ex globulis coalita adhuc fuissent fluida. Si alterum, simul conjungi, & ex pluribus unum componi, quinimo unum ex omnibus oportuisset: quippe in sola figura sphaerica, ut dictum est, obtinetur attrahentium virium aequilibrium. Exemplum ex iis ipsis depromi potest, quae ad attractionem stabiliendam in medium afferuntur: ita enim gutta aquae, aut mercurii, aut alterius cujuscumque fluidi siccae superficiei alicujus corporis affusa sphaericam formam induit, & duae guttae sibi contiguae uniuntur simul, & tertia, quae admovetur propius, statim adjungitur, atque ita quarta, quinta &c. omnesque simul figuram sphaericam, quantum nativa gravitas permittit, retinent. Quocumque igitur se vertant attractionis patroni, cum attractionis legibus cohaesio corporum minime componi potest.

Ad

Ad capillares tubos quod pertinet unum dumtaxat, aut alterum argumentum in medium proferamus. Si aquae guttula per superficiem exteriorem deorsum diffluens ad oram infimam capillaris tubi pervenerit, & magnitudinis illius sit ut per totam basim diffundi, & aperturae internae opponi possit, ad eamdem altitudinem elevatur, ad quam aqua in vase subjecto stagnans rapi solet. Attractio autem quaecumque sit, cum debeat agere per radium, ut vocant, activitatis brevissimum, explicando experimento impar est, juxta quod in distantia etiam linearum plusquam viginti deberet agere, ut in tubo 40 linearum ad altitudinem linearum 18, aut 19 delata gutta a superiore vitro adhuc altius contra nativam gravitatem, & inferioris vitri attractionem evehatur. Observatum insuper a Sturmio, Musschenbroekio, & Fabro est in longioribus tubis fluida altius ascendere, & imminutis tuborum longitudinibus statim deprimi, adeoque supremas etiam vitrorum partes ad fluidorum elevationem aliquid conducere: quod pariter opponi potest Musschenbroekio, Gravesandio, Weitbrechtio, Sigorgnio, Jurino, & Bülffingero, qui demum in Jurini hypothesim concedens pro explicandis tuborum capillarium phaenomenis attractionem in subsidium advocavit. Denique si oleo terebinthino, aut saebo interius illiniatur tubus, non amplius ascendere aquam patitur. Hoc adversus attractionis defensores phænomenon habere locum observavit Gerdilius juxta illud maxime Clairautii theorema, quo statuitur aquam ascendere debere quamdiu quantitas attractionis capillaris tubi duplo minor non sit quantitate attractionis aquae. In quo quidem acu rem tetigit vir clarissimus. Aqua enim non multum densior saebo est, adeoque numerus attrahentium punctorum, & vis attractrix capillaris tubi, ac saebi adjecti duplo minor attractione aquae esse non potest, & juxta leges attractionis aqua debet ascendere. Weitbrechtii effugium, quo radium activitatis vitri longe breviorem statuit radio activitatis aquæ, ineptum est. Si enim aqua interius tubi parietibus affusa ascensus aliorum fluidorum non impeditur, cur ultra minimam affusi sæbi crassitiem vitri activitas porrigi amplius non potest?

Demum lucis phænomena ab attractionis legibus adeo dissident, ut radii prope quædam corpora transeuntes, inflexique, ab iisdem corporibus, a quibus deberent attrahi, recedendo, divergentes coloratas fimbrias, & justo latiores umbras exhibeant. Cui quidem incomodo ut occurrerent attractionis patroni ad repulsionem confugerunt, & lucem ipsam voluerunt a quibusdam corporibus attrahi, a quibusdam autem repelli. Frustra tamen: cum enim experimento compertum sit in confiniis duorum mediorum reflexionem lucis eo copiosiorem fieri, quo major est densitatis mediorum differentia, atque ita in transitu lucis ex vitro in vitrum, qua vitra sese contingunt, reflexio nulla sit, in transitu ex vitro in aquam sit fortior, & adhuc fortior in transitu ex vitro in aërem; dici oporteret corpora eo fortius lucem attrahere, quo sunt densiora, & quo sunt rariora eo fortius lucem repellere. Hoc dato copiosissima reflexio, quæ in prima superficie habetur, in transitu lucis ex. gr. ex aere in vitrum explicari non poterit: aut si ad hanc reflexionem explicandam dicatur lucem ab aëre fortius attrahi quam a vitro, altera ea reflexio in transitu ex vitro in aërem non poterit amplius explicari. Et ne in subsidium afferantur ultimæ *lib.* 1. *Princip. Mathem.* Newtoni propositiones observandum est reflexionis lucis phænomena æque haberi quicumque sit angulus incidentiæ radiorum, & etiamsi radii incidant ad perpendiculum: & juxta *Propos.* 96. illius libri lumen transeundo per parallella plana alicujus medii, & versus medium ipsum impulsum, reflecti in ea tantum lineæ incidentiæ obliquitate ad planum primum, in qua sinus incidentiæ se habeat ad radium circuli, cujus est sinus, ut idem sinus incidentiæ ad sinum emergentiæ a plano ultimo. Difficultatem sensit Newtonus ipse, ut cum reflexionem lucis non ab impactu in partes solidas, sed a vi quadam per superficiem reflectentem æquabiliter diffusa oriri vellet, alicubi lucem a vitro atrahi, alicubi vero repelli dixerit. Confer inter se primam, & octavam propositionem *par.* 3. *lib.* 2. Opticæ. Idem ex vicibus facilioris reflexionis, transmissionisque, idem ex notissimis aliis lucis, colorum, elasticitatis, fermentationum che-

chemicarum phænomenis adversus attractionem instaurari argumentum potest. Neque enim dum tenditur chorda elastica, & secundum longitudinem distrahitur, secundum diametrum vero arctior fit, & compactior, si ex particulis sese trahentibus componitur, vim aliquam habere debet, qua, relictis arctioribus contactibus, secundum eamdem longitudinem, ubi contactus pauciores, & minus arcti sunt, restituatur. Neque etiam chemicarum fermentationum ratio aliqua reddi potest nisi quibusdam particulis attractionem, quibusdam repulsionem tribuendo, aliis fortiorem, debiliorem aliis: quo plane efficeretur quod bonos illos Lesbios fecisse dicitur, qui cum ædes ad regulam accommodare non possent, regulam ad ædes accommodarunt.

Hanc vero repulsionum ideam a Newtono primum exhibitam diligentius excoluerunt nonnulli, ut etiam dixerit Musschenbroekius *cap.* 18. Speciminis *num.* 643., aquam, & ellychnium lampadis, aquam, & distillatum oleum, maxime terebinthinum, hoc mutuum odium, aversionemque objicere ipsis oculis: ut arbitror minus recte. Nam oleum terebinthinum ante distillationem, & olea etiam plantarum aquae cum adjungantur, & aquae uniatur pariter ellychnium frictum sapone aliquo, aurium cerumine &c. insitam nullam, ac naturalem vim repellendi habere debent. Boscovichius insuper in suis dissertationibus de viribus vivis, de lumine, de lege continuitatis, de lege virium in natura existentium &c. cum quamdam contradictionem in saltibus naturæ singulis, & violatione continuitatis deprehendisse sibi visus esset, cumque rejectis corporibus perfecte duris, & dumtaxat elasticis admissis saltui, & violationi continuitatis in totis quidem corporibus sibi occurrentibus, non vero in singulis partibus a Johanne Bernoullio provisum fuisse animadvertisset; statuit singula materiæ puncta repellendi vi esse prædita, qua sibi propius accedendo velocitatem omnem extinguant per gradus singulos, & quæ imminutis in infinitum distantiis ad infinitum usque augeatur. Ait enim juxta Aristotelis definitionem quantitates continuas esse, quæ partium terminum communem habent, ut ubi pars una desinit altera incipiat: terminos indivisibiles esse oportere, secus terminarentur ip-

si,

si, & non terminarent, &, quia indivisibilia omnia aut distant invicem, aut sublata distantia in unum confluunt, termino contiguum terminum esse non posse. Ex his vir ingeniosissimus collegit, quod si in natura mutationes aliquæ per saltum fierent, & una magnitudo in aliam non continuata serie crescendo, vel decrescendo transire posset, eo temporis momento, quod esset seriei desinentis, & incipientis limes, ac terminus indivisibilis, duo simul termini emergerent, postremus scilicet seriei antecedentis, & primus consequentis, eademque res duplici modo se haberet, quod est absurdum: duo enim momenta temporis sibi invicem contigua esse nequeunt, quarum uno prima series abrumpatur, altero incipiat series altera, & duos, diversosque rei status distincte referant.

Hoc fere vetus argumentum est, quo impossibilitatem motus probabat Zeno, & quod Diogenes Laertius deambulando refellebat. Quinimo est illud ipsum, quo nonnulli materialistæ creationem materiæ, & mundi impossibilem pronunciarunt. Iis ut occurreret Celeberr. Boscovichius, *num.* 9. de lege contin., animadvertit nihilum nullas reales, & absolutas proprietates præseferre, nec constituere seriem aliquam, nec primum, ac postremum seriei terminum complecti: adeoque creationis tempore materiam complecti quidem priorem terminum consequentis seriei, qua est, non vero posteriorem seriei antecedentis, qua non est: in annihilatione vero ultimum terminum antecedentis, non primum consequentis seriei, qua esse desinit: atque ita e nihilo citra ullam metaphysicam contradictionem educi posse, & in nihilum reverti. Porro quietis status est merum nihil respectu motus, & velocitatis. Quid enim refert *statum quemdam realem esse velocitatem nullam puncti existentis, nimirum determinationem perseverandi in eodem loco?* Utique corpora ad nihilum non reducuntur, & proprietates suas adhuc retinent dum quiescunt, extensionem, impenetrabilitatem, figuram &c. velocitatis autem, & motus retinent omnino nihil. Opponuntur plane inter se translatio, & non translatio de loco in locum, & una alteram destruit, ac negat. Cum quies igitur sit ve-

vera motus negatio, aut nullus motus, & citra ullam intrinsecam contradictionem quantitates reverti in nihilum, & rursus produci possint; poterunt etiam continenter a motu ad quietem, & a quiete ad motum transire corpora, quin antea per intermedias velocitates gradatim transeant. Eadem ratione poterunt per varios gradus velocitatis non contiguos sibi invicem transcurrere, ex. gr. a tribus gradibus ad duos: duo enim communes gradus minime impediunt quo minus tertius destruatur. Hoc ipso nulla erit durorum corporum metaphysica impossibilitas, & omnis virium repellentium, & attrahentium theoria, quæ continuitatem motus totius corporis, & quarumcumque partium tueantur, non adeo solidis fundamentis innixa erit. Maxime cum, admissa etiam lege continuitatis, si partes corporum congredientium ad infinitum divisibiles, flexiles, & elasticæ intelligantur, saltus nonnisi in primis superficiebus haberi possit, quæ se contingent, & quarum nullus motus revera est: sunt enim superficies termini corporum, & non corpora: motus vero appellatur corporum translatio de loco in locum. Quo argumento Cl. Boscovichius, *num.* 10. dissertationis de natura, est usu infinitorum, divisibilitatem corporum ad infinitum rejicere voluerit, non intelligo. Ait enim: *Si recta linea dividi posset in partes æquales numero infinitas; infinitum per unitatis ablationem posset finitum evadere. Nam inter primam, & ultimam particulam interjacerent partes numero infinitæ, ac pariter inter secundam, vel tertiam, vel decimam, & ipsam ultimam; non vero numero infinitæ inter ultimam, & decem, vel viginti particulis ab ea distantem. Si jam intelligantur auferri eæ omnes, & solæ, inter quas & ultimam sunt partes numero infinitæ; oportebit reliquas dempta ultima esse numero infinitas; aliter postrema ex iis, quæ ablatæ sunt, ablata non fuisset: at non computata reliquarum prima, finitus erit earumdem numerus; aliter & ipsam auferri oportuisset.* Duo videntur satis perspicua hacce in re: primum, quod concesserat Mac-Laurinus, in quocumque corpore Geometrice assignari posse partes dato numero æquales: alterum, quod ex primo evidenter sequitur, nume-

rum

rum partium cujuscumque corporis dato, & finito quocumque numero majorem esse oportere, sive, ut fert ipsa vocabuli significatio, infinitum.

Cum ergo mutuam repulsionem minimarum materiæ partium, attractionemque, quae partibus singulis sit indita, quæque ex Mechanico principio aliquo, & ex impulsu non oriatur, plane arbitrariam, conceptu suo arduam, & phaenomenis electricorum corporum explicandis inutilem, cæteris autem phaenomenis cohæsionis, elasticitatis, lucis, suspensionisque fluidorum in tubis capillaribus parum consonam esse intelligerem, caepi priores illas Newtoni ideas excolere diligenter, explorare naturam, indolem, motum aetheris, effectusque inde ortos perpendere, atque alios ex aliis derivare. Nihil autem omnino assecutus sum, quod satisfaceret ullo modo indicandæ caussæ universalis, & mutuae corporum omnium gravitatis, quam *quæst.* 21. Opticae Newtonus suspicabatur oriri ex eo posse, quod in densioribus Solis, Stellarum, Planetarum, Cometarumque corporibus rarius esset aethereum medium, quam in spatiis caelestibus interjectis, quodque majora corpora, & singulae partes corporum a medio densiore in rarius propellerentur. Imo cum aetherem subtilissimum per caelestia, & terrestria spatia diffundi undique, & perturbato, celerrimoque omnium partium motu agitari ex notissimis ignis phaenomenis collegerim, qua ex caussa prodierit, conserveturque motus intestinus aetheris non video. Verum minimas omnes lucidorum corporum Solis, & Stellarum partes eodem motu abripi compertum est, licet rationem, & caussam motus ignoremus. Quare nihil ignoto motus illius principio immorari necesse est, & semper progressus aliquis in universa Physica erit factus ubi aetherem diffundi undique, & intestino motu agitari innotescat, & ex motu aetheris probabilis aliqua ratio deduci possit propagationis ignis, effusionis, & colorum lucis, phaenomenorum electricorum, cohaesionis, elasticitatis &c. Id autem mihi videor praestitisse. Theoriae totius specimen, quod electricitatem maxime respiciebat, ad Academiam Petropolitanam missum est, cum anno 1755 præmio proposito electricitatis theo-

theoriam, & discrimen potissimum ignis, electricitatisque, & corporum ex origine, ac communicatione electricorum Academia postularet. Quod quidem cum benigne Petropoli exceptum fuisse accepissem, atque insuper Cl. Mullerius, qui Academiae a secretis est, humanissimis datis litteris significasset adjudicandum mihi fuisse premium ubi celato authoris nomine, ut moris est, dissertatio ad Academiam pervenisset; theoriam omnem longius perducere, & in tres partes partiri volui, quarum prima de igne, & luce, altera de electricitate aget, tertia de phaenomenis aliis ab aetheris motu pendentibus. Eam aequo animo accipiat lector optimus, & simplicis conjecturae loco habeat, aut potius physici experimenti phaenomenorum plurium explicandorum, quae aliis hypothesibus difficilius, aut nullo prorsus modo explicarentur. Praestat enim quae demonstrata, ac certa sunt non ab iis solum, quae incerta, & falsa, verum etiam ab iis secernere, quae probabilia, aut vero tantum similia videri possunt.

PARS PRIMA.

De Igne, & Luce.

Definitio Prima.

Ætheris nomine intelligitur fluidum subtilissimum, rarissimumque, ab aëre prorsus distinctum, & quod sublato aere remaneret.

Definitio Secunda.

Motus intestinus aetheris est quo minimae ipsius partes confuse, perturbateque inter se invicem cientur. Similis est motus, quo aër incalescit, & calefit.

Definitio Tertia.

Motus vibratorius ætheris eſt quo aetheris moleculae compreſſae in locis ſuis ſeſe expandunt, & moleculas alias propiores comprimunt, & hae rurſus alias, & ſucceſſive. Simili motu in aere excitatur ſonus.

Definitio Quarta.

Vibrationes, quae ab una ad aliam moleculam ſucceſſive tranſeunt, pulſus aetheris dici debent, ut pulſus aëris, & pulſus ſonori dicuntur illi, quibus in aëre ſonus effunditur, & propagatur.

Definitio Quinta.

Motus translationis aetheris eſt quo plures aetheris moleculae de uno in alium locum transferuntur, & illi motui eſt analogus, quo in aëre ventus excitari ſolet.

Experimentum Primum.

Corpora omnia, quae incaleſcunt, caloris vi expandi obſervavit Boerhavius, & ſecundum dimenſiones omnes dilatari, iis tantummodo exceptis, in quibus copioſiore evaporatione avolantibus undique particulis materiae quantitas deficit, ut lutum, ligna, oſſa, &c. E contra corpora frigeſcentia non niſi majore vi divelli a ſe invicem, & in partes ſecari poſſunt, & majorem duritiem, denſitatemque adipiſcuntur. Aqua etiam ipſa frigeſcens, ad congelationem uſque, ut Mairanus obſervavit, condenſatur, nec niſi congelatione incipiente expanditur, rareſcit, & levior redditur. Probabilem ſingularis phaenomeni rationem idem Mairanus attulit in ſua de glacie diſſertatione.

Ex-

Experimentum Secundum.

Soni acutiores prae gravioribus citius propagantur. Id primus in Monumentis Parisiensis Scientiarum Academiae anno 1737 Cl. Mairanus certissimo experimento confirmavit, quo cum duae diversi toni campanae pulsarentur eodem tempore, acutior sonus ad diversa intervalla citius effundebatur, quodque cum jam sexagies repetitum fuerit maximam sibi videtur hacce in re fidem conciliare. Itaque statui potest acutiorem sonum prodire celerioribus aëris vibrationibus, & musicos omnes tonos, chordae, clavis, & toni, tertiae minoris, quartae, quintae, sextae majoris, septimae, & octavae supra istam clavim celeritate, & numero vibrationum in singulis particulis aëris eodem tempore absolutarum inter se distingui.

Experimentum Tertium.

Qui colorati lucis radioli de uno in aliud medium transeundo fortius reflectuntur, ii etiam a corporibus omnibus ad oculos reflectuntur celerius, ut cum omnium maxime refrangibilis sit violaceus, is etiam primus omnium reflectatur, deinde vero reflectatur indicus, & post indicum caeruleus, tum viridis, ac flavus, & novissime aurantius, & ruber. Haec notissimis experimentis demonstravit Newtonus *par.* 1. Opticae *cap.* 9. & 10. Inde vero universim deduci potest radios aurantios majore celeritate propagari quam radios rubros, & flavos esse celeriores aurantiis, flavis virides, viridibus caeruleos, & caeruleis indicos, ac denique omnium celerrimos esse violaceos.

L E M M A.

Aër spectari potest veluti fluidum ex pluribus aliis fluidis h etherogeneis coalitum.

Id primo in Parisiensi Academia proposuit anno 1719, Cl.

Cl. Mairanus, & praeclare ostendit postmodum in Monumentis ejusdem Academiæ anno 1737, eo potissimum argumento fretus quod cum in Musicis concentibus septem toni distincte audiantur, juxta antecedens experimentum simul in aëre excitari debent vibrationes septem inter se invicem hetherochronæ. Hæ vero aut in iisdem aëris particulis excitantur, aut in diversis. In iisdem non: neque enim possunt eædem numero aeris particulæ celerioribus, tardioribusque vibrationibus abripi eodem tempore. Cum igitur diversæ aëris particulæ vibratoriis illis celeritatibus abripiantur, quæ sunt tonorum singulorum propriæ, debent etiam specie, qua ad unam potius quam ad aliam vibratoriam celeritatem determinentur, inter se differre. Idem colligitur ex *Prop.* 48. *Lib.* 2. *Princip. Mathem.*, juxta quam pulsuum in medio elastico propagatorum velocitates sunt in ratione composita ex subduplicata ratione vis elasticæ directe, & subduplicata ratione densitatis inverse.

COROLLARIUM.

Si particulæ minimæ sonori corporis vibrentur illa celeritate, quæ alicui tono respondeat, velocitatem, motumque suum per circuitum analogis dumtaxat particulis aeris communicabunt, cæteris autem alterius speciei particulis nullo modo. Licet enim particulæ omnes aeris impellantur a sonoro corpore, quæ tamen elasticitate, & densitate sua particulæ ad eam vibratoriam celeritatem concipiendam sunt comparatæ, semper simili itu, & reditu motum omnem particularum sonori corporis deferent usque ad aurem. Simili etiam ratione unam chordam pulsando licet tremor aliquis debeat aliis chordis omnibus communicari, sensibilis tamen tremor ad illas dumtaxat transit, quæ ad unisonum tensæ sunt.

PROPOSITIO PRIMA.

Ignis habetur motu celerrimo, perturbatissimoque omnium partium igniti corporis.

Id

Id ex phænomenis ignis omnibus manifeſte adeo colligitur, ut mirum videri debeat authores duarum diſſertationum, quæ poſt tres alias anno 1738 a Regia Pariſienſi Scientiarum Academia præmio condecoratas impreſſæ ſunt, leviores quaſdam ob cauſſas ſine motu fieri voluiſſe ignem. In primis enim ex quo ampliſſimis etiam uſtoriis ſpeculis collecta Lunaris lux nullum ſenſibilem calorem pariat, & ex quo aquæ ebullientis calor certo dumtaxat gradu augeri poſſit, nihil plane aliud conſequitur, niſi & modicam eſſe lucem ab aſpera ſuperficie Lunæ reflexam, & inteſtinum motum aquæ ebullientis certis limitibus definiri. Deinde quod aer vento agitatus, & vehementer excuſſa aqua frigida adhuc manere poſſit nihil plane aliud indicat niſi ignem, caloremque conſurgere ex motu non communi quidem totius corporis, ſed celeri, ac perturbato partium minimarum. Quo jam quatuor ſimul prioribus authorum eorumdem argumentis reſponſum erit. Quod poſtremo loco dictum eſt valet etiam in fermentationibus chemicis. Poſſunt enim minimæ omnes partes perturbate agitari ſenſibilibus partibus, & craſſioribus ſuo ſemper loco quieſcentibus: poſſunt craſſiores partes varie moveri nullo penes minimas partes, aut ſaltem modico ſuborto motu. In primo dumtaxat caſu calor habebitur. Obtinet caſus ipſe in pluribus fluidorum mixtionibus, ut ea eſt, qua ſali ammoniaco, & oleo vitriolico aliquot ſpiritus vini guttis injectis, ceſſata partium ſenſibilium efferveſcentia inſenſibiles partes tali adhuc motu agitantur, ut major calor Thermometro experiatur. Ad caſum alterum reducuntur fermentationes, quæ in memoratis diſſertationibus objiciuntur, & quas deſcripſere Amontonius, Muſſchenbroekius &c. Porro non aliam eſſe ignis naturam quam antea diximus ex primo experimento colligitur: neque enim incaleſcendo corpora expandi poſſunt, niſi cum motum habeant partium minimarum, quo partes a ſe recedant, confuſum ſcilicet, ac perturbatum. Deinde igne corpora fluida ebulliunt, efferveſcunt, in vapores abeunt: ſolida vero franguntur, funduntur que, in calcem, fumum, & pulverem convertuntur. Denique in fluidis caleſcentibus motus ipſe

ipſe exhibetur oculis: qui enim fluidis injiciuntur pulveres tenuiſſimi cernuntur verſus quamcumque partem perturbatiſſime agitari.

Corollarium Primum.

Inde primo colligitur motum illum, quo ignis, calorque habetur, nec circularem, nec vorticoſum eſſe, nec fluidorum omnium particulas circulari, & vorticoſo motu abripi, ut Lozeranus cenſuerat in diſſertatione quæ eodem anno ab eadem Academia præmium obtinuit: neque enim ullam motus hujus ſpeciem præſeferunt qui ebullienti aquæ injiciuntur pulveres. Porro quod ait Lozeranus in minoribus tormentis laxata rota non niſi circularem motum imprimi falſum eſt: cum rectilineus dumtaxat motus a corpore in gyrum acto aliis corporibus ſecundum tangentem orbitæ imprimatur, & in tormenti relaxatione ex diverſo ferri, & chalybis loco, contactu, affrictu irregulares alii motus oriantur, quo particulæ agitantur undique, & lucent. Falſum eſt etiam quod ſi irregularis undique ſit motus ignis, qui in craſſiore materia, & aëre ardet, diſperdi illico, & diſſipari penitus debeat.

Corollarium Secundum.

Colligitur etiam quod licet ſal, ſulphur, volatiles omnes, elaſticæque particulæ concipiendo ignis motui in primis idoneæ ſint, & licet aër excitando, conſervandoque igni conducat maxime, omnia tamen cujuſcumque indolis corpora motu celerrimo, perturbatiſſimoque minimarum partium concepto in ignem abire poſſunt, nec neceſſario ignis ſubſtantia eſt mixtum aliquod ex æthere, aëre, ſulphure, & ſalibus volatilibus, quorum minimæ partes ſolutæ ſint, invicem mixtæ, & ab aliis ſubſtantiis hetherogeneis ſeparatæ. Ex quo enim in mixtionibus quibuſdam ex limatura ferri, ex ſulphure, ex ſpiritu nitri, aliiſque hujuſmodi, quibus artificialis ignis parari ſolet, ſingillatim illa principia exhibeantur, minime in-

inferre poterat Lozeranus hanc generalem esse ignis naturam, & id ubique, ac semper habere locum in metallis etiam, lapidibusque ignescentibus, in Solaribus radiis speculo ustorio collectis, in flammis aliis ex sublimato sulphure, & salibus volatilibus coalitæ, quæ in vacuo etiam Boyliano conservantur.

Propositio Secunda.

Motus, quo habetur ignis, in productione ignis totus, & integer non producitur.

Leges enim omnes Dynamicæ in collisione corporum elasticorum, durorum, mollium nullum excitari motum permittunt sine aliquo motus, quo gignitur, detrimento, & motum ad infinitum multiplicari, & augeri vetant. In productione, & communicatione ignis res secus est: cum ex unica candelæ flamma adhuc superstite centum, & mille aliæ consimiles in motum agi, magnumque incendium parva scintilla excitari possit. Quod Eulerus excogitaverat in alia dissertatione, quæ ab eadem Academia præmium obtinuit, bullulas quasdam materia ignea repletas corporibus omnibus admisceri, & nullo negotio in communicatione ignis disrumpi, & ignem abditum explicare, atque effundere, præterquam quod arbitrariæ hypotheseos speciem præsefert, minus etiam nodo solvendo idoneum est. Nam quæ in bullulis latent igneæ particulæ, aut vehementissimum motum, celerrimumque suapte natura conceptum habent, & bullulas omnes disrumpent, quæ ex parte concava minore vi quam ex convexa, ut disrumpantur, opus habere debent, & nullo etiam igne admoto ignis undique excitabitur: aut motum celerrimum concipiunt igneæ particulæ disruptis primum bullulis, & eadem redibit quæstio unde tantum concepti motus incrementum proficiscatur. Nihil etiam in phænomeno explicando proficitur si dicatur, quod jam olim Becherus existimaverat, & nuper etiam in alia dissertatione a Parisiensi Academia præmio condecorata Comes Crequy, & alii authores alibi proposuerunt, materiam igneam ubique diffusam esse, & menstrui

ſtrui partes agere, & ignis productionem nihil eſſe aliud quam corporum inflammabilium fermentationem. Cum enim corpora in menſtruis poſita fermentari illico incipiant, cur non omnia corpora in ignem ſimul, flammamque abeunt ſi menſtruum igneum ubique diffuſum eſt, atque ignis communicatio ad claſſem fermentationum reducitur? Id ſtatim aliam corporum igneſcentium, & aliam fermentationum claſſem conſtituet. Quod ſi dicatur ſal utique in aqua poſitum cito ſolvi, inflammabilia autem corpora præparari aliquo modo, & aptari oportere ut in menſtruo, ubi jacent, efferveſcant, quærendum erit quomodo aptari, & præparari poſſint. Plane texturam eorum corporum ſolvendo, diſſociando a ſe invicem particulas, impellendo, agitandoque, quod ad habendum novum ignem ſemper requiritur, & quod nec ſine motu, nec niſi motu ignis alterius fieri poteſt. Ita vero non reſolvitur quæſtio, ſed ad terminos alios prorſus conſimiles reducitur. Quare cum ignis ſubſtantia vehementer undique, perturbateque agitetur ut in *Prop.* 1. dictum eſt, cum in communicatione ignis augeatur motus idem fere in immenſum ſine ullo aliorum motuum detrimento, quod familiaria indicant phænomena, cum tanta hæc motuum multiplicatio adverſetur legibus omnibus Mechanicis, concludendum eſt plane novo igne excitato non excitari novum motum, & motum quo habetur ignis, in ignis productione totum, & integrum non produci.

Corollarium.

Quia igitur dum flamma admota aliquod corpus in flammam pariter, & ignem abit, non quidem a flamma ad flammam motus tranſit, nec novus motus eſt, qui communicatione ignis producatur, jam ante communicationem haberi debet motus ipſe: & quia motus ſine moto corpore eſſe non poteſt, aliquod jam debet eſſe corpus perturbatiſſimo, celerrimoque motu illo præditum, quod aliis poſtmodum corporibus in ignem, flammamque abeuntibus ſe prodat. Secus ſi hujuſmodi corpus, & perturbatiſſimus motus corporis

ris non ante communicationem cujuscumque ignis extaret, ignis communicatio esset novi motus productio, quod legibus motus omnibus, & phænomenis ignis adversatur.

Propositio Tertia.

Datis hisce omnibus dico per omnia mundi spatia ætherem undique effusum esse.

Quemadmodum ex præcipuis phænomenis ignis sequitur novo igne excitato non produci novum motum, ita ex quo in communicatione ignis novus motus non producatur consequitur manifestissime aliquod jam esse corpus eo minimarum partium motu præditum, quem alia in flammam, ignemque abeuntia corpora participent, ut in superiore Corollario dictum est. Porro hoc corpus non nisi fluidum rarissimum, ac subtilissimum sit oportet, ut alia etiam densiora corpora secundum dimensiones omnes pervadat, & ut nulla ratione prohiberi possit ne penetret vasa quæcumque clausa, & ignem præbeat. Fluidum autem hujusmodi *def.* 1. ætherem appellavimus. Jam vero momentum maximum, quantitatemque intestini motus hic æther habere debet, ut accedentibus minimis partibus cujuspiam corporis eam vim, actionemque adipiscatur, qua ebullire vehementer fluida, & metalla solvi deprehendimus, & moleculas quasvis firmiores sejungi ad invicem, &, ne ad mutuos contactus redeant, impediri. Denique loca omnia, in quibus habetur ignis, sive omnia terrestria spatia permeare debet hoc fluidum: aut, quia circa terram contineri amplius non posset tanta cum vi, & intestino motu, nisi alterius fluidi æquilibrio coerceretur, & hoc alterius rursus, & successive, per omnia Mundi spatia undique effundi debet.

Corollarium Primum.

Cum data quælibet ætheris portio tam magnam intestini motus quantitatem præseferat, non nisi æquilibrio ætheris circumpositi sub dato spatio continebitur, sublatoque ipso

X æqui-

æquilibrio effundet sese undique, ac explicabit. Pariter si exteriorem aliquam ob caussam redigatur ad minus spatium, comprimaturque tanto majorem sese expandendi aquiret vim: hoc est ratione intestini motus maxime elasticus debet esse æther, & vim elasticam præseferre spatio, quod occupat, reciproce proportionalem.

Corollarium Secundum.

Cum insuper sit rarissimum, ac subtilissimum, ut poros omnium vasorum permeet, a quibus excluduntur spiritus chemici, & aër, nullam sensibilem resistentiam corporibus cælestibus objiciet, neque in æthereo medio cursum suum Planetæ prosequendo magis retardari poterunt, quam ob lucem undique effusam retardentur. Ex analogia etiam aliorum corporum gravitas ætheris posset colligi. Sed hisce, & similibus quæstionibus, quæ experimento definiri nequeunt, neque ipsa ætheris natura dirimi, minime diutius vacandum est.

Propositio Quarta.

Iisdem positis explicare communicationem ignis.

Æther cum intestino motu vehementer præditus, undique effusus, ac subtilissimus, rarissimusque sit, naturaliter sibi relictus crassiores alias, innatantesque aliorum corporum particulas debet comprimere si sibi invicem contiguæ sint, si poros intermedios habeant transcurrere, nec nisi ratos quosdam effectus præstare, minus cum cæteris nexa ramenta abradere, effluvia in gyrum spargere, constantem motus, & caloris gradum in corporibus omnibus servare. Sicuti vero injecta ebullienti aquæ corpuscula perturbatissimum aquæ motum versus quamcumque partem videntur sequi, licet aqueis particulis densiora sint, & sublata ebullitione ad fundum decidant; sic omnia corpora percussione, frictione, aut alia simili ratione aliqua in minores partes soluta abducentur cito citius ab æthere, & unum simul agitatissimum fluidum component: cumque apertos aliorum corporum poros

ros

ros pervadere, & libere moveri nequeant, impellent undique, ac vim facient, flammamque, & ignem exhibebunt. Ita non aliud erit ignis quam aggregatum ex æthere subtilissimo, & crassioribus aliis aliorum corporum particulis intestinum ætheris motum aliquo modo participantibus: & idem erit excitare ignem, ac corpus in eas minimas partes resolvere, quæ motum ætheris participent, & huc, atque illuc agitentur. Hoc ipso ignis communicatio intelligetur: cum jam solutæ unius corporis particulæ impetu, ac mole sua texturam aliorum corporum laxare possint, & in similes partes resolvere, nisi fibrarum convolutus plexus, quem in amianto, & quibusdam fluidis deprehendimus, impediat. Ab illis vero ad has partes transeunte motu, effusoque, ac multiplicato igne, nullum prioris ignis detrimentum sensibile haberi poterit. Quia enim motus æqualitatem in locis singulis æther ita tueri debet, ut neque illic deficiat, neque hic redundet, idem erit earumdem minimarum partium impetus, ac vis, sive seorsim agitari pergant, sive alias quotcumque partes a corporibus aliis abradant, & circumfuso ætheri agitandas similiter relinquant. Ignis ergo excitabitur sine ullo alterius ignis, quo gignitur, detrimento.

Corollarium Primum.

Si particulæ hujusmodi eodem ætheris motu abreptæ alicubi permaneant, prohibeaturque ne disperdantur, permanebit ignis. Id Atmosphæra Solaris in Sole præstat, in ignibus nostris aër, & ea etiam rarefacti aëris portio, quæ in vacuo semper Boyliano superest. Si disperdantur undique particulæ, neque aliquo pabulo aliunde reficiantur quæ avolant, & deficiunt, nullos amplius sensibiles effectus alicubi edere poterunt. En ignis conservationem, extinctionemque.

Corollarium Secundum.

Ignis intensitas proportionalis erit quantitati motus particularum motui ætheris obsequentium, & data etiam minore

carumdem velocitate, aucto dumtaxat numero, & densitate augeri poterit. Ideo qui in solidiore materia ardet ignis intensior est, & ferrum nondum candens, & ignitioni proxime accedens eum jam minimarum partium impetum, ac vim habet, ut tactum ossa usque possit comburere, & sibilum comburendo excitare. Contra quæ ex spiritu vini accenditur flamma, & ignes fatui vix ullum sensibilem calorem exhibent.

Propositio Quinta.

Explicare propagationem, & naturam lucis.

Positis omnibus, quæ antea statuta sunt fieri poterit ut jam solutæ alicujus corporis, & ab æthere abreptæ particulæ mutuis incursibus in se invicem, reflexionibusque, aut crassioris medii, quo ambiuntur, vi, & reactione, aut immixtione aliarum particularum, velocitatem magis magisque auctam habeant, & ipsis ætheris particulis velociores sint. Hoc dato ætherem circumpositum impellere, & in motum agere debent. Jam vero æthereum medium juxta *Cor.* 1. *Prop.* 4. maxime elasticum est, atque insuper per *Prop.* 43. *lib.* 2. *Princip. Mathem.* Newtoni corpus quodcumque tremulum in medio elastico undique motum tremulum in directum propagare debet, quo medii propiores partes comprimantur, relaxenturque, & se expandendo alias propiores comprimant, & hæ alias, atque alias rursus quoadusque omnes condensentur, ac rarefiant, & eant, ac redeant alternis vicibus. Rursus tantum illud augmentum velocitatis in minimis partibus lucidorum corporum deprehenditur: nam quæ ignita sunt corpora, & non lucida aucto intestino motu lucem effundunt, quæ vero lucent aucto adhuc motu effundunt clariorem lucem, vividioremque. Itaque qua ratione ex tremitu sonori corporis concisæ, & reciprocæ vibrationes excitari solent in aëre, quæ ad aurem usque sonorum sensationem deferant, eadem minimæ lucidorum corporum particulæ filamenta ætheris circumquaque in directum jacentia compriment, & hæc sese expandendo, restituendoque impel-

pellent alia, atque alia rursus, & motum tremulum, ac vibratorium excitabunt, quo ad oculos usque nostros, & nervos opticos delato impressiones illæ, sensationesque exoriantur, quas lucis, & coloris appellamus.

Corollarium Primum.

Quia vero quælibet data, & sensibilis lucidi corporis portio ex corpusculis aliis componitur versus quamcumque plagam velocissime abreptis, & agitatis, singula ad plagas suorum motuum directionibus obversas vibratorium motum traducent, & ad loca quælibet portioni eidem in directum jacentia filamentum, & radius aliquis lucis transibit. Quare sicuti undique in gyrum excitatus sonus percipitur, ita corpus quodcumque lucidum, aut pars corporis ex omnibus iis locis videri poterit, quæ parti ipsi in directum obversa sunt. Mox ostendemus non nisi ex iisdem locis per rectam lineam corpus lucidum videri posse.

Corollarium Secundum.

Nec qui ex diversis plagis radii lucidi advenient subtilissimi, tenuissimique confundent sese invicem, impedientque quo minus singuli corporum, a quibus effunduntur, speciem, & imaginem referant. Exemplum in crassiore aëre habemus, in quo radii sonori a diversis sonoris corporibus effusi minime sese impedient, quo minus proprium motum singuli, & omnes simul varios distinctos sonos ad aurem deferant.

Corollarium Tertium.

Sicuti etiam quæ ad majores vibrationes concipiendas comparata sunt corpora intensiores sonos edunt, ita quæ velociores sunt lucidorum corporum particulæ, majoresque vibrationes in circumfuso æthere excitare possunt, eæ quoque clariorem lucem, & vividiorem exhibebunt, & omnis lucis intensitas pendebit ex numero vibrantium filamentorum, &

mo-

tus vibratorii celeritate. Inde ad normam *Cor.* 2. *Prop.* 4. explicabitur quod Boerhavio paradoxum videbatur, ignem sine luce, & sine igne lucem haberi posse.

PROPOSITIO SEXTA.

Æther spectari poterit veluti fluidum ex aliis fluidis hetherogeneis coalitum.

Pulsus omnes in eodem elastico medio excitatos isochronos esse oportere constat ex *Prop.* 48. *lib.* 2. *Princ. Mathem.* Newtoni. Ex secundo etiam, & tertio experimento constat in aëre septem musicos tonos, septemque in æthere coloratos lucis radiolos diversa celeritate propagari, ut rubei tardiores sint, violacei maxime omnium celeres, refrangibilesque, ac reflexibiles. Itaquè si ulterius ex soni, & lucis analogia liceret progredi, qua ratione Cl. Mairanus aërem nostrum ex septem fluidis hetherogeneis componi dixit, eadem ostendi posset ætherem quoque ex septem diversis fluidis coalescere, quæ cum in æquilibrio sint undique, & elasticitate differre nequeant, differant densitate inter se. Quia vero, data elasticitate vibrantis medii, pulsuum celeritas est in ratione subduplicata densitatis reciproce, rariores omnium erunt particulæ, quæ majoris refrangibilitatis, & reflexibilitatis radios, celerioresque vibrationes referent: scilicet minus densæ erunt particulæ, a quibus imprimetur sensus coloris violacei, quam quæ colorem indicum præseferent, & coloris indici particulæ præ cæruleis adhuc rariores erunt, atque ita cum proportione usque ad densiores coloris rubei particulas. Hæ cum excessu suæ densitatis, & magnitudinis compensent satis defectum vibratoriae celeritatis, neque ita libere possint vacua interstitiola corporum permeare, copiosius retinam oculi, ac fortius ferient, quam aliæ coloris indici, aut violacei particulae: quod experientiae pariter est consonum, & quo etiam colorum natura, & indoles intelligitur.

COROLLARIUM.

Ita rursus cum luce sonus & cum aethere aër conveniet.

Dis-

Dissentiet tamen qua parte fluidi maxime elastici, & subtilissimi vibrationes a vibrationibus densioris medii dissentire necesse est. Aër crassior non nisi pluribus sibi succedentibus ictibus sensibiles vibrationes potest concipere, ut in corollario lemmatis dictum est, & pluribus sonoris corporibus opus habet ad plures diversos tonos exhibendos. Contra uno ictu puncti alicujus lucidi singulæ ætheris subtilissimi, & maxime elastici particulæ vibrationes suæ densitatis proprias concipient, continuatisque puncti tremoribus, quamvis non omnis motus transeat in omnes hetherogeneas ætheris particulas, aliquis tamen semper transibit, & primigenii lucis colores quocumque ex loco lucidi corporis semper habebuntur.

Propositio Septima.

Lux in eodem medio per lineam rectam diffundi debet.

Hoc aliud soni, & lucis discrimen erit, quod cum sonus obliquo, & curvilineo quocumque tramite propagetur, lux diffundatur solum per lineam rectam. Dum enim vibrationibus sonori corporis crassiores aëris particulæ per totam longitudinem sonoræ fibræ comprimuntur, dilatantur eodem tempore in latum, sonumque effundunt secundum lineas quascumque rectas, & obliquas. At particulæ æthereæ aut nullam prorsus, aut eo minorem compressionem singulæ pati debent, quo aëris particulis sunt tenuviores, nimirum infinite parvam, atque insensibilem. Sit filamentum ætheris AH, *fig.* 22., cujus stratum unum AB lucidæ particulæ impulsu in locum ab transferatur, atque ætherem ad CD usque comprimat, ut quod antea in spatio $ACDB$ & $AMNB$ erat ad $aCDb$, & $amnb$ reducatur. Quia in tota hac translatione secundum longitudinem propius sibi invicem accedunt strata, & secundum latitudinem AB, ab, MN, mn eadem manent, secundum solam longitudinem dilatari poterunt, & vibrationes, lucemque inde ortam in longum semper per lineam rectam propagare.

Co-

Corollarium Primum.

Radii a puncto quocumque lucido juxta *Coroll.* 1. *Prop.* 5. in gyrum undique effusi cum per lineas dumtaxat rectas moveri pergant, in diversis distantiis effundentur per similes superficies sphæricas, & erunt densitate superficiebus ipsis proportionales. Sunt vero superficies reciproce ut semidiametrorum, sive distantiarum quadrata. Itaque intensitas lucis ex puncto quocumque effusæ erit reciproce in ratione duplicata distantiarũm.

Corollarium Secundum.

Si lucidi corporis semidiameter præ distantia possit negligi, & totum lucidum ad instar puncti considerari, tota lux erit reciproce ut quadratum distantiæ. Ideo si in dato a candela accensa intervallo scriptura aliqua legi adhuc possit, in dupla distantia non distinguetur nisi tribus luminibus priori additis, nec nisi quinque aliis additis in tripla distantia &c. quod indicat in distantia 1, 2, 3 &c. intensitatem ejusdem luminis esse 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$ &c. Non una tamen omnium distantiarum lex erit, ut mox videbimus.

Propositio Octava.

Data semidiametro sphæræ lucidæ, & quolibet extra ipsam loco determinare lucis intensitatem.

Locus datus sit *D*, *fig.* 23., semidiameter sphæræ lucidæ *HG*, *Cc* elementum peripheriæ plano per locum datum, & sphæræ centrum transeunte sectæ. Quia per *Cor.* 1. *Prop.* 5. a puncto quolibet lucidi corporis ad loca alia in directum jacentia radius aliquis lucis traducitur, & per *Cor.* 1. *Prop.* 7. intensitas lucis a puncto quocumque effusæ decrescit in ratione duplicata auctarum distantiarum, erit in loco *D* inten-

ten-

tenſitas lucis ex Cc effuſæ ut $\frac{Cc}{CD^2}$, & lux zonæ circularis, quæ ipſius Cc revolutione gignitur, ut $\frac{FC \cdot Cc}{CD^2}$, ſive ut $\frac{HC \cdot Ff}{CD^2}$. Eſt vero $CD^2 = FD^2 + FC^2 = GD^2 + 2\,GD \cdot GF + GF^2 + 2\,GH \cdot GF - GF^2 = GD^2 + 2\,HD \cdot GF$. Erit itaque lux indeterminatæ ſuperficiei ut ſumma omnium $\frac{HC \cdot Ff}{GD^2 + 2HD \cdot GF}$, ſive ut $\frac{HC}{2HD} \cdot l \cdot (GD^2 + 2\,HD \cdot GF) - \frac{HC}{2HD} \cdot l \cdot CD^2$: quia ſcilicet evaneſcente FG lux etiam evaneſcit. Quod ſi DC ſtatuatur tangens fiet $HF : HC = HC : HD$, & dividendo $FG : HC = GD : HD$, & prodibit $GD^2 + 2\,HD \cdot GF = GD^2 + 2\,HC \cdot GD = HD^2 - HG^2$, & tota lux evadet ut $\frac{HC}{2HD} \cdot l \cdot \left(\frac{HD^2 - HG^2}{GD^2}\right) = \frac{HC}{2HD} \cdot l \cdot \left(\frac{AG \cdot GD + GD^2}{GD^2}\right) = \frac{HC}{2HD} \cdot l \cdot \left(\frac{AD}{GD}\right)$. Q. E. I.

Corollarium.

Si fiat $HC = r$, $HD = x$, $l \cdot (x + r) = lx + \frac{r}{x} - \frac{r^2}{2x^2} + \frac{r^3}{3x^3} - \frac{r^4}{4x^4}$ &c., $l \cdot (x - r) = lx - \frac{r}{x} - \frac{r^2}{2x^2} - \frac{r^3}{3x^3} - \frac{r^4}{4x^4}$ &c. erit tota lux ut $\frac{r^2}{x^2} + \frac{r^4}{3x^4} + \frac{r^6}{5x^6}$ &c., adeoque non niſi in maximis diſtantiis cenſeri poterit quadratis diſtantiarum reciproce proportionalis. Eadem erit caloris lex: quoniam puncta omnia, quæ loco dato in directum non objacent, nihil ibi ad augendum calorem conferunt.

Propositio Nona.

Si lux in aliquod corpus motui ſuo reſiſtens incidat ita reflecti debet, ut angulus reflexionis æqualis ſit angulo incidentiæ.

Esto $ABCD$, *fig.* 24., pulsus ætheris jam compressi, & ex parte DC ad EF usque expandere sese nitentis. Objectu plani ML, quod motui ætheris resistat, sistetur penitus punctum D, puncta vero alia eo majus spatium percurrent, quo a puncto D, & a resistente plano magis distabunt. Cum igitur compressa omnia ætheris strata, ut dictum est, per lineas perpendiculares nitantur semper se expandere, stratum DC sectorem circularem DCc describet, & usque ad Dc perveniet. Hoc ipso æther omnis DCH ad spatium DcH reducetur, & quodcumque ætheris stratum DO comprimetur primo, tum dilatabitur. Exhibeat recta NO, *fig.* 25., vim omnem, qua secundum longitudinem BC stratum DO ex strati alterius DC motu impulsum est, atque ea in duos oO, No resolvatur, quarum sola posterior No eidem strato perpendicularis in compressione impenditur, & cui deinde relaxatione habita vis alia æqualis oritur. Ducatur etiam planum POQ plano ML parallellum, & ex N in POQ demittatur perpendiculum Nn. In toto ætheris strato DO binæ expansionis vires erunt Oo, & No, seu tres Nm, mo, & Oo. Jam vero una Nm æquivalet duabus Nn, nm, & duæ mo, Oo æquivalent uni mO. Si fiat igitur $Or = On$, $rR = nN$, pars O prosequetur motum suum per lineam rectam OR, & angulum reflexionis ROr æqualem constituet angulo NOn. Quod cum de strato integro, ac singulis stratis valeat, eadem lege expandentur, reflectenturque omnia, ut in alium ætherem impigendo, vibrationesque alias excitando filamentum lucis $VTHX$ gignant plano HL æqualiter inclinatum.

Corollarium Primum.

Ad regularem luminis reflexionem perinde erit quod reflectens planum MN, *fig.* 26., perfecte lævigatum sit, aut non: quippe æther in minimis superficiei inæqualitatibus B, & b contentus, ac clausus undique propagationi radii AB æque resistet, ac aliud quodlibet solidum punctum D. Hæc caussa est, propterquam regulari lucis reflexione a metallicis ,

&

& vitreis ſpeculis objectorum imagines habentur: nam licet vitrum arena, aut ſtanno uſto, aut pulveribus aliis expolitum inæqualitates aliquas ſemper frictione contrahat, quibus fit ut particulæ omnes nec plane læves, nec eodem ſpectantes ſint, nec æquabilem ſuperficiem componant; ob parvitatem tamen inæqualitatum, atque ætherem intus clauſum, lucem eodem ordine debet reflectere, ac ſi æquabiliter undique lævigatum eſſet.

Corollarium Secundum.

Cum meatuum diſſimilitudo, & intimæ conſtructionis diverſitas in mediis denſitate magis differentibus ſit major, in confiniis duorum mediorum pro majore denſitatis diverſitate fortior erit reflexio: & cum lux ex vitro in aërem tranſiens interruptos magis meatus, per quos tranſire debet, inveniat, quam in tranſitu ex vitro in aquam, fortior in primo caſu quam in ſecundo erit reflexio, & in tranſitu ex vitro in vitrum, ubi vitra ſeſe contingunt erit nulla.

Corollarium Tertium.

Servantur ergo juxta noſtra principia regularium reflexionum, reflexionumque aliarum leges, quæ per diverſa media tranſeundo habentur, ex quibus *Lib.* 2. *Opt. Par.* 3. *Prop.* 8. collegerat Newtonus reflexionem lucis non ab impactu in partes ſolidas, ſed a vi quadam pendere per ſuperficiem reflectentem æquabiliter diffuſa, & radios lucis a contactu prohibente. Quod adjecerat lucem tranſeuntem ex vitro in aërem ſub angulo 40° majore tranſmitti maxima ex parte, reflecti vero ſi incidat ſub minore angulo, denotat tantum poſteriore inclinatione illabentem lucem nullos amplius meatus, quos ſenſibili copia permeet, invenire. Quod denique tenuiſſimæ corporum lamellæ unius coloris radios reflectant tranſmiſſis aliis intelligetur facile ubi quædam circa facilioris tranſmiſſionis, ac reflexionis vices ſtatuta erunt.

PROPOSITIO DECIMA.

Lux de uno in aliud medium diverſæ denſitatis tranſeundo ita refrangi debet, ut angulus incidentiæ ad angulum refractionis conſtantem rationem habeat.

In ſuperficiem *PCQ*, *fig.* 27. quæ duo media diverſæ denſitatis dividit, incidat radius *ABDC*, & tranſeat a medio rariore in denſius. Obliqua radii incidentia punctum *C* ad ſuperficiem eamdem citius perveniet, & in denſiore medio progredietur interim dum alia ſtrati *CD* puncta in rariore medio adhuc moveri pergent. Celerius autem punctum *D* in rariore medio eſſe debet, & medium denſius majore interſtitiorum anguſtia, & ſcabritie laterum vibrationibus occluſi ætheris majora impedimenta, & reſiſtentias debet objicere. Interim ergo dum punctum *C* ſpatium *Ca* in denſiore medio percurret, *fig.* 28., punctum *D* majus ſpatium *Db* percurret in medio rariore, atque ita particulæ omnes *CD* in locum *ab* priori non parallellum transferentur. Inde moveri adhuc, & dilatari pergent ſecundum lineas lineæ *ab* perpendiculares, ut antea dictum eſt, atque ita quidem ut ſpatium *bn* a puncto *b* percurſum ſemper ſit majus ſpatio *am*. Itaque eædem particulæ ex *ab* in *mn*, ex *mn* in *cd* transferentur, ut lineæ *CD*, *cd* productæ ſimul concurrant in puncto *L*, & anguli omnes *C*, *a*, *m* &c. recti ſint, ſive ut *Dd*, & *Cc* ſint duo arcus circulares ſimiles, & centro *L* deſcripti: atque ita ex noſtris principiis conſequetur quod pro explicanda refractionis cauſſa ſtatuerant Iſaac Barowius, Millietius, & Maignanus, nec tamen demonſtraverant, ut notat Cl. Alembertius *num.* 366. de fluidis. Hoc autem poſito ſi ſtrato ætheris *cd* in denſiore medio ducantur perpendicula *dH*, *cF*, *fig.* 27, vibratio omnis tranſcurret per ſpatium *dHFc*. Ducantur rectæ *dM*, *oN* ſuperficiei *PQ* normales. Quia angulus *BdM* cum angulo *DdC* efficit unum rectum, & ob rectum angulum *D* unum rectum pariter efficit angulus *DCd* cum angulo *DdC*, erit angulus *DCd* angulo incidentiæ *BdM* æqualis. Similiter ob rectum angulum

ce-

c erit angulus *cdC* æqualis angulo refractionis *FcN*: atque ob rectos insuper angulos *C*, & *d*, erit angulus *DCd* ad angulum *cdC* ut *Dd*: *Cc*, sive erunt anguli incidentiæ, refractionisque inter se ut spatia eodem tempore in rariore, & densiore medio absoluta, aut demum, quod eodem recidit, ut facilitates, quibus in mediis singulis propagantur luminis vibrationes, & quæ data mediorum densitate datæ, & constantes esse debent.

Corollarium Primum.

Major facilitas pulsuum, & vibrationum ætheris propagandarum non ex minore tantum densitate medii oriri debet, ut senserat Maignanus: neque semper quo rariora sunt corpora minus lucem debent refringere. Aër noster, qui 3500 partibus rarior est pseudo-topazio, & 4400 rarior vitro antimonii, & 2000 rarior Selenite, vitro communi, & chrystallo montana, tanto densitatis discrimine vim refringentem proxime æqualem habet. Vide tabulam refractionum a Newtono exhibitam *Lib.* 2. Opticæ *Par.* 3. *Prop.* 10. Orietur eadem facilitas, ut dictum est, ex meatuum amplitudine, & lævigatione laterum meatus ipsos, atque intus vibrantem ætherem circumscribentium: difficultas vero ex meatuum angustia, & laterum asperitate, & scabritie.

Corollarium Secundum.

Quoniam autem tot modis materiæ particulæ disponi sub dato spatio, & inter se combinari possunt, asperitas laterum, & meatuum rectilineorum, per quos vibrationes ætheris transcurrunt, eadem esse poterit in corporibus densitate etiam differentibus, atque alia plane in corporibus æque densis. Hæc generatim omnia dicta sint, ut pateat nihil jam memoratam Newtoni tabulam objicere, quod principiis superioribus adversetur. Singillatim omnia determinari, & decerni possent si in quocumque corpore singillatim peculiaris meatuum constitutio innotesceret.

Propositio Undecima.

Radius lucis prope aliquod corpus tranſiens ad corpus ipſum inflecti debet.

Ut enim experimento compertum eſt, corpora omnia ſuam habent Atmoſphæram, ex effuſis undique efluviis conflatam, denſioremque qua parte ipſis corporibus eſt propior. Hoc poſito ſit opacum corpus *M C*, *fig.* 29., & radius luminis *AabB*. Is plane cum ex *b* difficilius, quam ex *B* propagari poſſit, inflectetur verſus corpus *MC*, & per ſemitam *Bb dD* feretur. Hoc eſt quod diu a ſe obſervatum ſcripſit Newtonus *Lib.* 3. Opticæ *Obſerv.* 5., & ſequentibus. Nam cum in cubiculum tenebricoſum, per foramen quarta unciæ parte latùm, tenuiſſimum Solis radium intromiſiſſet, effeciſſetque ut per duos cultros tranſiret, quorum binæ acies proximæ, ſibi obverſæ, & parallelæ eſſent, deprehendit radium ad cultrorum latera inflecti, atque ita fimbrias coloratas exhibere, ut data acierum diſtantia $\frac{1}{400}$ unciæ partis radius per acies illas tranſmiſſus diſpertiret ſe medium in binas partes, umbramque partibus interjacentem relinqueret, & cultris propius admotis umbra latior evaderet, & memoratæ radiationes contraherent ſeſe, donec cultris ſe contingentibus lumen totum in umbram penitus deſineret. Similia circa inflexionem luminis uno tantum cultro adhibito invenit, & duobus cultris aſſumptis, quorum acies inter ſe minime parallellæ eſſent. Omnia ex iiſdem principiis pendent.

Corollarium.

Si etiam Atmoſphæræ uniuſcujuſque conſtitutio innoteſceret, peculiares caſus omnes definiri poſſent. Fieri poteſt ex. gr. ut alicujus corporis Atmoſphæra unum aut alterum coloratum lucis radiolum facilius tranſmittat reflexis aliis: atque ita fimbriæ inflexione exhibitæ unum, aut alterum colorem referent. Fieri etiam poteſt ut radioli omnes prope opa-

opacum corpus summa cum obliquitate in densiora Atmosphæræ strata impingentes reflectantur: atque ita licet qui ad distantiam paulo majorem transeunt suam inflexionem subeant, poterit umbra opaci corporis videri latior, & totum id, quod umbræ corporis inflexione demitur, eo compensari, ac refici, quod reflexionibus aliis lucis adjicitur. Id in capillis quibusdam deprehendit Grimaldus, & Newtonus in aliis corporibus compertum habuit, metallis, vitris, lapidibus, lignis, glacie, cornu &c., a quibus omnibus inflexa lux recedere videtur.

Propositio Duodecima.

Radius lucis in transitu per medium quodlibet dispositionem quamdam nancisci debet, qua per æqualia intervalla alternis vicibus transmittatur facilius, & facilius reflectatur.

Ut idem etiam ex nostris principiis colligatur, observandum est lucem in eodem medio homogeneo, atque asperis meatuum rectilineorum, per quos transit, lateribus plures particulas motui suo obsistentes invenire. Ita si medium in plura strata, & superficies parallellas dividatur, non ab extima, & prima tantum, sed a secunda etiam, & tertia, & aliis omnibus aliquo modo lumen reflecti debet. Ut igitur videatur quæ superficies intermediæ debeant fortius lumen reflectere, aut transmittere, esto radius luminis TO, *fig.* 30. a superficie PQ ad RS in medio quocumque transiens, & inde genitus quod ex spatio AD æther ad spatium BD reducatur, & dilatetur postmodum utrimque, & ex parte D feratur ad E usque, & rursus compresso æthere DG in spatium EG particula G in H transeat, & successive. Erunt in singulis his vibrationibus centra immobilia T, C, F &c., & particulæ A, D, G per spatia AB, DE, GH excurrent, & maxima vibrationis velocitas habebitur in punctis intermediis a, c, e &c. Itaque si latus omne TO tali ratione intelligatur dispositum ut partem luminis incidentis aliquam reflectat, transmittat aliquam, reflexio maxima, & transmissio minima habebitur ubi erit maxima vibrantium particularum æthe-

ris celeritas, nimirum in punctis a, c, e &c., & contra habebitur minima reflexio, & transmissio maxima in T, C, F &c.: & quoniam est $Ta = aC = Cc = cF$ &c., si Ta sumatur pro unitate, transmittetur radius validissime in crassitudinibus 0, 2, 4, 6 &c. & in crassitudinibus 1, 3, 5, 7 &c. validissime reflectetur: atque ita, ut fert *Prop.* 12. *Par.* 3. *Lib.* 2. Opticæ, *omnis radius luminis in transmissu suo per quamlibet superficiem refringentem, nanciscetur constitutionem quamdam, seu dispositionem transitoriam, quæ in radii progressu æqualibus revertetur intervallis, efficietque ut is in singulis dispositionis istius accessibus, transmittatur facilius per superficiem refringentem proxime deinceps objectam; in singulis autem ejusdem intermissibus, sive intervallis, reflectatur facilius ab ejusmodi superficie.*

Corollarium.

Data inclinatione radii, & distantia duarum superficierum eumdem radium transmittentium, aut reflectentium definiri poterit longitudo æthereæ fibræ TC. In libero aere radiis ad perpendiculum incidentibus juxta Newtoni experimenta assumi poterit $\frac{2}{178000}$ unciæ, atque erit ad longitudinem fibræ similis, & similiter in aquæ meatibus excitatæ ut 4 : 3, ad longitudinem vero fibræ excitatæ in vitri meatibus, quod aqua est densius ut 31 : 20. Aliquod tamen inter fibras versicolores discrimen haberi debet, & fieri potest ut ibi initium sit fibræ viridis ex. gr. ubi violaceæ medium est, atque ut viridis color fortissime ab ea superficie resiliat, per quam transmittitur maxime color violaceus &c.

S C H O L I O N.

Quod si jam demum hanc nostram propagationis lucis hypothesim cum aliis conferre licet, omnium fortasse verisimilior videri poterit. Qui cum Cartesio simplici pressione substantiæ æthereæ lucem haberi volunt, manifesti erroris redar-

dar-

darguuntur ex ſucceſſiva lucis propagatione, quæ in hypotheſi medii pleni, & compreſſi inſtantanea eſſe oporteret, & ex maximo lucis calore, qui ſola preſſione, & ſine motu percipi nequit. Qui cum Malebranchio ad æthereæ ſubſtantiæ undulationes quaſdam confugiunt, eum in primis ſcopulum offendunt, quod undarum motus in medio non elaſtico locum dumtaxat habeat, & non per lineam rectam dumtaxat, ſed per ſemitas quaſcumque curvas, & obliquas propagetur. Qui denique cum Gaſſendo ſtatuunt haberi lucem perenni effluvio corpuſculorum tenuiſſimorum, ut ſuam hypotheſim cum colorum theoria, & phænomenis concilient, ſtatuere debent lucidum corpus ex ſeptem diverſi generis particulis coaleſcere, tali doſe inter ſe mixtis, diſtributiſque, ut nunquam aliquis emergat radius, qui ſex dumtaxat, aut quinque colores præbeat, rubris ex. gr. aut viridibus evaneſcentibus: aut qui diverſam coloris alicujus quantitatem ferat, auctam ex. gr. cærulei coloris copiam: aut qui plures radiolos quam ſeptem, & novam coloris ſpeciem aliquando præbeat. Inſuper lucida omnia, & cæleſtia, & terreſtria inter ſe motu, denſitate, intenſione quam diſſimillima ex iiſdem ſeptem particularum generibus eadem proportione inter ſe mixtis compoſita fateri debent, ut idem corpus, quod luce ſolari viride, alia luce cæruleum non videatur. Denique omnia corpora inflammabilia, quæcumque ſint, ſolida, & fluida, dura, & mollia, denſa, & rara eodem modo coalita debent dicere, ut omnia quando in ignem, flammamque abeunt data, & invariabilia colorum phænomena exhibeant. Juxta noſtram hypotheſim facilius natura lucis, & omnium colorum geneſis intelligitur, ætherem ſolum ex pluribus hetherogeneis fluidis coalitum ſtatuendo, ſicuti ex fluidis hetherogeneis coaleſcere aërem compertum eſt. Ad alia vero lucis phænomena quod pertinet, Chryſtalli Islandicæ refractiones eæ ſunt, quarum ſicuti in noſtra, ita in quacumque alia hypotheſi nulla ratio probabilis reddi poſſit. Nos etiam reflexionem, refractionem, inflexionemque lucis, & vices facilioris reflexionis, & tranſmiſſionis facile admodum ex noſtris principiis derivavimus. Qui vero lucem effluvium eſſe cenſent,

cum implicatas undique refractionis, inflexionisque explicationes exhibeant, vices facilioris reflexionis, & transmissionis explicare nullo modo possunt. Nam, ut ajebat optime Bernoullius *num.* 103. dissertationis de propagatione lucis, quæ a Parisiensi Academia præmium obtinuit, effluvia subtilissima per idem medium transeundo aut nullam resistentiam invenient, & eadem semper celeritate moveri pergent, aut invenient aliquam resistentiam, & paulatim motum amittent, quin possint deinde recuperare, & vices ullas reciprocas subire facilioris reflexionis, transmissionisque. Sed neque ipse Bernoullius ex ætherearum vibrationum indole, ac lege vicium earumdem caussam satis nitide derivavit. Rectilineam quoque propagationem lucis non attigit, & toto ætheri cum alia solida adjecisset corpuscula, intestinum motum ademit, cujus tot sunt vestigia, & qui explicandis cæteris phænomenis naturæ conducit maxime.

PARS ALTERA.

De Electricitate.

Definitio Prima.

Electricitas est ea vis, qua corpora attrahunt, aut repellunt minima quædam corpuscula, aliis corporibus admota lucent, tacta scintillas edunt, crepitant, pungunt &c. Ab electro vocabulum derivatum est.

Definitio Secunda.

Corpora electrica ex origine dicuntur illa, quæ confricata, aut percussa electricitatem possunt acquirere, ut vitrum, gemmæ quamplures, mastix, pix, sulphur, resinæ duræ &c.

De-

DEFINITIO TERTIA.

Corpora electrica per communicationem dicuntur illa, quæ electricitatem concipiunt ubi propius admoveantur aliis corporibus ex origine electricis, atque electrificatis, ut metalla, semimetalla, vegetabilia, animantia, liquores omnes, exceptis pinguibus, & oleosis.

DEFINITIO QUARTA.

Globus electricus ille dicitur, qui duos inter clavos firmatus, ope manubrii, & funis ductarii circumagitur, & vola ficcioris manus, aut panno aliquo attritus, insignem, & continuatam electricitatem concipit, aliisque corporibus communicat.

DEFINITIO QUINTA.

Catenæ electricæ nomine intelligitur series corporum quorumcumque communicatione globi electrici electricitate imbutorum. Ita tubus metallicus, qui globo adjungi solet, tubo adhaerentes homines &c. universim catenae nomine designantur.

DEFINITIO SEXTA.

Machina electrica est series corporum communicatione electrificabilium, quae globo, dum electrificatur, adnexa sunt. Homo ex. gr., qui globum manu atterit, ad machinam refertur. Nomen machinae electricae vulgo aliter solet accipi, ut ad catenam etiam extendatur. Nos ad vitandam nominum confusionem hunc illi sensum adjudicavimus.

DEFINITIO SEPTIMA.

Corpora illa positive, & excessu electrica dici solent, in

 qui-

bus materia electrica, quaecumque sit, redundat respective: Illa vero defectu, & negative electrica, in quibus materia eadem respective deficit. Hoc positivae, & negativae electricitatis discrimen primus detexit Cl. Franklinius.

Experimentum Primum.

Tres hactenus excitandi electricitatem in corporibus origine electricis modi innotuerunt: percussione videlicet, frictione, & fusione. Percussione in primis, ut in lacrymis vitreis calefactis, cylindris comparatis ex cera obsignatoria, sulphure &c. expertus est Kratzestein. At etiam fusione: nam si liquefactum sulphur, aut pars colophonii una, & duae gummae laccæ &c. in cochlear terrae infixum, aut in vas vitreum, & conicum versentur, frigefactæ postmodum massæ deprehenduntur electricæ. Maxime demum frictione: quo modo electrificantur vitra, mastix, pix, sulphur, resinæ duræ, adamas, saphirus, smaragdus, topatium, iris, opalum, ametistus, berillus, chrystallus, arsenicum, alumen, talcum, cera obsignatoria, aliaque plura corpora, quæ ante perfricationem calefacienda sunt ut pili animalium omnium, pennæ avium, dentes, ungulæ, cornua, serica &c. Frictionis ea commodissima ratio est, quam primi Hausen, & Bose in Germania, & Hauksbejus in Anglia adhibuerunt, & qua globus, aut cylindrus vitreus probe exsiccatus fune ductario circumagitur, & manu appressa, aut alio corpore atteritur.

Experimentum Secundum.

Corpora omnia communicatione electrificabilia electricitate imbui nequeunt nisi aliis corporibus origine electricis cingantur. Homo ex. gr. prope globum confricatum positus electricitatem in se non recipit, nisi incumbat fulcris ex vitro, mastice, pice, &c. Aër etiam circumambiens ad intendendam electricitatem purior esse debet: ne scilicet interspersæ majore copia, & invicem communicantes aqueæ particulæ electricam materiam undique disperdant. Aliter

sibi

sibi cessisse experimenta Clariss. Bose * testatus est quarto de electricitate commentario. Mihi vero, & aliis omnibus nunquam sereno cælo, & maxime humido, ac nimboso eadem vis electricitatis se prodidit. In vacuo non solum lucem electricam verum etiam attractionem, repulsionemque majorem esse quam in pleno aëre scripserunt Kratzestein *cap.* 4. *Theor. Elect.*, pluresque alii. Beccaria vero cum ex recipiente Antliæ ita extraxisset aërem ut Mercurius usque ad quinque lineas descenderet, instituto accuratissime experimento deprehendit vividiorem lucem electrificatione, & satis languidam attractionem, repulsionemque, ac vix sensibilem excitari. Vide tertiam ad Beccarium epistolam *num.* 81. & 82.

Experimentum Tertium.

Si machina, & catena cingantur undique aliis corporibus ex origine electricis, electrificato globo vitreo catena, & machina edunt signa omnia electrica. Oppositionem quamdam signorum invenit celeberrimus Francklinius. Cl. Beccaria *cap.* 1. de artificiali electricismo hoc potissimum discriminis esse observavit: quod catenæ electrificatæ, qua parte amplior, & plana est, admoto exterius acuto corpore exigua, & debilis quædam lux, quam electricam stellulam vocavit, in apice appareat: & plano corpore admoto alicui catenæ acumini, vividior, & copiosior lux obtineatur, figura sua conum referens, eidem parti acutæ obversum, quam lucem ideo appellavit conum electricum, & conum lucidum. In machina res secus est: cum planis machinæ partibus acuto corpore exterius admoto conus, planoque admoto acutis stellula habeatur. Quarta ad Beccarium data epistola eumdem signorum ordinem, oppositionemque deprehendit ipse cum globum lana, fericis, pelle animalium circumvestisset. Cum vero globo vitreo sulphureum substituisset, aut globos ligneos incrustasset sulphure, pice, colophonio, resinis, phænomena contrario ordine obtinuit, ut quæ antea ex catena habebantur, haberentur postmodum ex machina, & vice versa:

sa: quod est elegans Kinnerslæi theorema, globo sulphureo confricato ex catena machinam, atque ex machina catenam electricam emergere.

Experimentum Quartum.

Si phiala vitrea exterius probe sicca, & quæ interius affusam aquam, & electrificatam habeat, tangatur eodem tempore interius, exteriusque, scintilla rubei coloris, & major crepitus, atque excussio totius corporis habebitur. Quod si etiam plures homines se tangant, aut cum alio corpore electricitati pervio communicent, & primus convexitatem phialæ manu teneat, ultimus scintillam edat; omnes quotcumque sint concussionem eamdem eodem momento temporis percipient. Concussio fortior est, ac validior in singulis juncturis corporis, & per viam illam brevissimam, quæ a loco scintillæ eductæ adusque vitri convexitatem intercedit, & simul per partes transit, quibus homines sese contingunt: ut si homines manibus se teneant a manu ad manum, si unus unum manu alterum pede tangat a manu ad pedem ictus transeant. Aquae globuli plumbei, aut limatura ferri substitui potest. Si adhibeatur in experimento Mercurius, aut ex phiala extrahatur aër crassior, longe violentior fit ictus. Phialae subrogavit Franklinius vitrum planum, & ex utraque parte bracteolis aureis inter se invicem non communicantibus obductum: quod propterea quadratum magicum, & quadratum Franklinii dicitur.

Experimentum Quintum.

Experimentum eodem exitu habetur sive ex machina, sive ex catena quadratum magicum electricitatem participet. In utroque casu utraque quadrati superficies eo discrimine signa omnia electrica exhibere solet, quod in machina, & catena deprehenditur. Ubi ex catena quadrati magici electricitas derivetur, quae planis superficiei inferioris partibus admoventur acuta corpora, globo vitreo confricato, lucidum

dum conum videndum praebent: quae vero acutis partibus admoventur plana corpora electricam stellulam exhibent. Contra quae acutis corporibus, electrificabilibus, adnexisque superiori superficiei, in quam primo ex catena transit electricitas, accedunt plana conum lucidum, quae acuta planis stellulam referunt. Omnia inverso ordine contingunt ubi ex machina quadrati magici electricitas derivetur. Haec *cap.* 4. de artificiali electricismo fusius exposuit Beccaria: secunda vero ad Beccarium epistola adjecit quod uniformiter moto globo, quam ex catena suspensum quadratum magicum dato revolutionum numero electricitatem, & excutiendi vim adipiscitur, eamdem amittit totam aequali numero revolutionum si machinae postmodum admoveatur.

L E M M A.

Materia electrica nihil est aliud nisi ipse aether.

Primo enim electricitatem non ullis inditis viribus attrahendi, repellendique, sed alicujus materiae actione, & motu haberi evidens est. Tangimus hanc materiam electricam, olfacimus, videmus. Subtilitas hujus materiae ex eo colligitur quod corpora etiam densissima, ferrum, aurum, metalla omnia liberrime pervadat, & ad intervalla etiam maxima citissime diffundatur. Denique materiam eamdem agitari perturbatissimo intestino motu sexcentis fere argumentis constat, & expansione in primis, quam Cl. Bose deprehendit in electrificatis herbis, ramis plantarum omnium, floribus quibuscumque &c. Itaque materia electrica est ipse aether.

Corollarium.

Ex iis, quae jam circa ignis, atque aetheris naturam diximus, satis constat ignem, & calorem sensibilem electricitate non posse haberi, nisi electrificentur volatiliora corpora, accumulatio materiae aethereae fiat major, ipsique crassiora alia admisceantur corpuscula, quæ latera pororum urgeant,

geant, atque impellant. In hisce casibus calorem, ignemque haberi attingemus suo loco.

Propositio Prima.

Pori omnium corporum origine electricorum minus communicant inter se, quam in aliis corporibus communicatione electrificabilibus communicent.

Id primo constat ex binis electricitatis legibus, quas *num.* 459. *Transact. Philos.* protulit Desaguillierius: quod scilicet corpora omnia secundi generis, admoto exterius simili corpore, electricitatem maxima ex parte, aut etiam ex toto amittant: primi vero generis corpora utcumque tacta electricitatis detrimentum dumtaxat ubi sit contactus patiantur. Haec duo plane indicant dumtaxat corpora communicatione electrificabilia aetheri undique ad locum, ubi scintilla contactu educitur, liberum aditum permittere. Intimae ejusdem texturae indicia plura alia sunt. Animantia communicatione electrificabilia cum sint absorbentibus poris scatent, aliisque innumeris inter se invicem communicantibus, ut Anatomicis observationibus innotuit. Similem pororum dispositionem in plantis esse ex nutritione, & respiratione singularum deducitur, atque ex eo confirmatur quod ubi deficiente vegetatione respiratio, succi nutritii accessio, & communicatio interior deficiat, plantae electrificari amplius non possint. Vegetabilium omnium liquida, & fluida quaelibet minus partibus singulis connexa sunt, & cum facile adeo aliis corporibus adhaereant ex partibus ramosis componi debent. Metalla cum pluribus spiritibus undique aditum permittant, & facile adeo solvantur, fundanturque, caloremque ab una ad aliam partem communicent, malleo etiam ductilia sunt; quod sine ramositate partium nequit intelligi, qua fiat ut partis unius tractio cum alterius proximioris tractione conjuncta sit. Nequit etiam intelligi fluida, & metalla, ac semimetalla, quae maximam metallicarum partium copiam continent, ramosis partibus coalescere, nisi poros communicantes undique intercipiant. Contrariam constitutionem

cum

cum habeat vitrum, cum nullis spiritibus solvi possit, maxime rigidum, & minime ductile cum sit, neque componi ex ramosis partibus, neque tot poros communicantes poterit intercipere, quamvis communicantes aliquo modo in directum habere debeat ut sit pellucidum. Valet id ipsum de resinis duris, atque opacis, & sulphure. Sericum si probe exsiccatum sit, quamvis naturae regno a resinis, & vitris dissitum, textura internarum partium simile esse ex eo colligo, quod idem fere sonus habeatur sericum digitis perstringendo, ac si stringatur flos sulphuris, aut excutiantur resinae fluidae, ut resina abietis, balsamum mechae &c. Ex maxima sulphurearum partium, & resinarum copia, quam continent pinguia, & oleosa fluida, oriri debet ut communicatione electrificari nequeant. Et plane olei depositiones substantiae resinosae sunt, & ex distillatis oleis oleum aliud densius educitur, quod resinis fluidis respondet.

Corollarium Primum.

Quoniam tot modis eadem materiae portio sub dato aliquo spatio, & volumine disponi potest, manifestum est in rarioribus etiam corporibus minus communicantes inter se poros aliquando esse posse, & advenienti aetheri minus pervios, quam in densioribus. Et quemadmodum suber ex. gr., quo dolii orificium clauditur, evaporationem liquorum impedit, quam aut plumbum, aut stannum impedire nequeunt; ita sericum, vitrum, & aer quoque progressum ætheris metallorum densissimorum poros liberrime permeantis poterunt sistere: minus enim materiæ electricæ pervius est aer ipse, nec nisi tardius electricitatem aliquam ab electrificato corpore mutuari potest, ut ex *Epist.* 7. Cl. Beccariæ colligitur.

Corollarium Secundum.

Quoniam autem vibrationes ætheris reciprocæ, ex quibus diximus oriri lucem, propagari possunt per ætherem in rectilineis corporum poros contentum, & interclusum, fieri po-

terit ut quædam corpora pervadat electricitas, & non lux, quædam lux, & non electricitas, quædam & electricitas, & lux. Poterit enim in primis fieri, ut quædam corpora electrificabilia liberos, patentesque advenienti ætheri poros in directum sitos non habeant, nec vibratorii motus propagationi locum relinquant: secundo ut quædam corpora diaphana, poros in directum sitos cum habeant, ætherem tamen in iisdem sic clausum teneant, ut alteri exterius advenienti non ita facile aditum præbeant: tertio ut quædam alia rectilineos meatus liberos, & advenienti ætheri pervios habeant.

Propositio Secunda.

Corpora origine electrica motui tremulo, & vibratorio minimarum, & insensibilium partium concipiendo maxime idonea sunt.

Quae percussione electrificari possunt corpora, cera obsignatoria, vitrum &c. maxime elastica, & sonora sunt, concipiendisque propterea iis vibrationibus aptiora. Idem de aliis valet sola fusione electrificabilibus corporibus. Ut enim *Propos.* 8. Theoriae Electricae observavit Kratzestein, facile agnosci potest levem cohaerentiam partium sulphuris, & resinarum cum insigni elasticitate conjunctam esse. Nam si bacillus ex sulphure, aut resina fusa efformatus calida manu apprehendatur fissuras statim cum aliquo fragore aget, qui fragor cum ortum ducat ex motu tremulo, & vibratorio singularum partium, manifestum est vim ignearum partium eidem motui excitando in corporibus hujus generis sufficere. Valet etiam de reliquis perfricatione electrificabilibus, quae omnia, ut animadvertit Nolletus in Monumentis Regiae Parisiensis Scientiarum Academiae anno 1745, eo citius, vividiusque imbuuntur electricitate, quo rigidiores partes, rudioresque habent, & ad reagendum aptiores. Hanc etiam ob caussam observavit vir clarissimus in corporibus ex origine electricis, confricatisque ad intendendam electricitatem frigus, calorem vero ad remittendam conducere, ubi calore mol-

mollescant partes, & minorem elasticitatem participent, quemadmodum in cera obsignatoria videre est. Contra qui caloris gradus augendae elasticitati, & solvendis, dissipandisque humidis particulis conducit aliquando, is etiam electricitati augendae conducit maxime. Pariter vitrum, succinum, sulphur, quae diutius confricari possunt corpora quin mollescant, & elasticitatis detrimentum aliquod subeant, ad concipiendam electricitatem magis comparata sunt. Denique corpora haec omnia sunt etiam friabilia: quod plane indicat partes singulas percussione compressas, dissociatasque elasticitate sua resilire, & motu tremulo, ac vibratorio vehementius concepto dissociari etiam magis a se invicem, & in pulverem comminui.

Corollarium Primum.

Quia vibratorium motum concipiunt percussione, & minimis partibus dissiliunt quae possunt friari corpora; promptioribus vibrationibus concipiendis magis idonea esse debent sulphurea, & resinosa corpora, quae magis friabilia sunt quam vitrea. Quia vero magis sonorum est vitrum, & sonus successivis vibrationibus sonori corporis intenditur, ut parte prima dictum est, diuturniores vibrationes in vitro excitari poterunt. Minime omittenda erat haec conjectura, quae statim vitream, & resinosam electricitatem specie differre indicat, ut primus in Gallis detexerat Cl. Du Fay.

Corollarium Secundum.

Neque tamen ad electricitatem originariam hæc sola tremuli motus, & vibratorii in minimis partibus concipiendi dispositio potest sufficere: cum metalla etiam, & alia corpora, quæ communicatione electricitatem imbibunt vibrationibus excipiendis, prosequendisque satis sint apta. Duo simul ad electricitatem illam requiruntur: ut minimæ partes tremere, citissimeque vibrari possint, atque insuper ut intersper-

ſa interſtiola minus communicent, advenientique exterius ætheri difficiliorem aditum præbeant.

Propositio Tertia.

Corpora origine electrica eumdem motum tremulum, ac vibratorium concipiunt quando electrificantur.

Confricando celeriter, aut percutiendo corpora electrica, aut fuſiones in vas ſubjectum verſando, cum ſono aliquo motum tremulum, & vibratorium minimarum partium excitari manifeſtum eſt. Percuſſio, quæ inæqualiter diverſis, & diverſimode diſpoſitis ſuperficiei percuſſæ punctis diſtribuitur, debet minimas partes deprimere diverſimode, & hæ, elaſticæ cum ſint, pro quantitate depreſſionis habitæ elevari debent, & percuſſione celeriter repetita itus, & reditus breviſſimos continuare. Quod fuſum eſt ſulphur, aut gumma, aut colophonium, in vas vitreum, aut ferreum ex data altitudine decidendo eumdem motum in ſe recipere, & vaſis etiam particulis communicare debent, qui proprio augendo, conſervandoque conducet maxime. Demum quæ corpora confricantur celeriter, violenterque, ita extremis ſuis, & aſperis ſuperficiebus apprimuntur, ut altiores unius partes humiliora alterius loca ſubeant, tum ſuperincedendo emergant, deprimanturque aliquo modo, & reſtituantur poſtmodum elaſticitate ſua, & continuata frictione motum vibratorium, ac tremulum concipiant. Poterit etiam diutiſſime tueri hic motus licet ſucceſſu temporis languidior fiat, quam ut in aërem craſſiorem ſenſibiliter agere poſſit, & impreſſionem ſoni continuare.

Corollarium.

Quia electrificare corpora nihil eſt aliud quam motum tremulum, & vibratorium in minimis ſingulorum partibus excitare, intendetur electricitas aucta tremuli motus, & vibratorii quantitate. Ideo craſſiora vitra in re electrica ſubtilioribus antecellent, quorum æque validæ, ac fortes vibrationes

nes

nes esse non possunt. Et quo modo intendendæ electricitati conducit major vitri alicujus crassities, aër etiam interius clausus conducet, ut si rarescat, extrahaturque, vibratorius vitri motus, & electricitas fiat debilior. Id ferunt plura Nolleti experimenta.

Propositio Quarta.

In iisdem corporibus ut supra electrificatis perpetuus effluxus ætheris habetur secundum lineas superficiei electrificatæ perpendiculares.

Quoniam enim per superiorem propositionem minimæ corporum electrificatorum particulae motum tremulum, ac vibratorium habent, quo eunt, & redeunt, assurgunt, & deprimuntur; exhibeat *AOCED*, *fig.* 31., sectionem electrificati alicujus corporis, quae in ea vibrationum singularum parte, qua fit depressio ad *aocED* redigatur. Patet in singulis iis depressionibus aetherem quoque intus contentum undique coarctari, & ex crassitie *BO* ad *Bo* redactum, cum dilatari ad latera non possit, in quibus pori magis quam antea constricti sunt, ex poris ipsis, qui secundum longitudinem *AC*, *DE* fere ut prius aperti remanent debere erumpere, & perpendiculariter ad superficiem corporis impelli. Quoniam vero juxta antecedentem propositionem vibrationes singulae summa celeritate se consequuntur, & ex legibus Mechanicae impulsus aether semel conceptum motum, ac directionem retinet quantum in se est; juxta lineas vibranti, & electrificatae superficiei perpendiculares continuus erit interioris aetheris effluxus in exteriorem, quo exterior aether, & aër crassior circumambiens, qui aliquo modo propagationi aetheris resistit, impelletur, lenisque ille ventus excitabitur, qui obversa etiam manu percipitur, & primum fere conceptae electricitatis indicium est.

Corollarium Primum.

Data ratione velocitatum, qua revolvitur globus, & qua ae-

aether pellitur, directio ipsius aetheris determinari poterit. Quod si statuamus rotationis velocitatem prae altera posse negligi, censeri poterit aetherem ab aequatore sphaerae secundum radios effluere, & electricitatem recedendo directe a centro decrescere in ratione reciproca distantiarum. Id in distantiis non ita magnis expertus est Kratzestein: cum enim proportio inversa distantiarum esset 38, 32, 22 $\frac{1}{2}$, 19, 14 $\frac{1}{3}$, 9 $\frac{1}{4}$, 6, erat proportio electricarum, & attrahentium virium 38, 32, 23, 18, 12 $\frac{1}{2}$, 6, 2.

Corollarium Secundum.

Posita eadem celeritate angulari, & quantitate confricationis, ab aequatore ad polos progrediendo intensitas electricitatis erit ut absoluta confricationis, & rotationis velocitas, hoc est ut cosinus latitudinis. Universim itaque erit intensitas reciproce ut distantia, & directe ut cosinus illius arcus, qui in superficie sphaerica rectae a loco dato ad centrum ductae, aequatorique interjicitur. Si diversae adhibeantur sphaerae, utcumque ex vitro ejusdem indolis conflatae, manente eadem celeritate augebitur, minueturque electricitas in ratione diametrorum. Adjicienda etiam erit ratio aliqua crassitiei vitri, & caloris, ut ex jam dictis colligitur, & ferunt plura experimenta quae in Commentario epistolari Bosius retulit.

Propositio Quinta.

Iisdem positis dico quod alia corpora communicatione electrificabilia, ut moris est propius admota æthere omnia debent imbibi.

Si propius sphæræ vitreæ, ut supra electrificatæ, admoveantur corpora hujusmodi communicatione electrificabilia, metalla, animantia, fluida &c. aliis corporibus ex origine e-
le-

lectricis circumdata pice, mastice, vitro &c. interim vero aër circumambiens sit ficcior, quam ut humidæ ipsius particulæ corporis communicatione electrificabilis vices subire possint; maxima æther, qua a globo pellitur velocitate in superficies eorumdem corporum proxime objectas illabetur. Et quia pori omnes corporum communicatione electrificabilium, per primam propositionem, communicant inter se invicem, ac patent; non per extimas superficies dumtaxat, quod finxerunt nonnulli, sed per intimam etiam substantiam effundetur. Quia denique circumambientia corpora origine electrica nequit pervadere, & per aërem disperdi ut dictum est; in intima eadem substantia diu, & copiose accumulabitur. Id etiam ferunt notissima Jallebertii, Bosii, aliorumque experimenta, ex quibus constat accelerari electrificatione sanguinis motum, vegetationem augeri, jactus aquæ celeriores, altioresque effici, & aquam salientem in plures tenuiores guttulas dividi, expandi flores cujuscumque generis, herbas, & ramos, promoveri operationes chemicas, solutiones, præcipitationes, fusiones, distillationes.

Corollarium Primum.

Si massa corporis communicatione electrificabilis augeatur, amplior etiam locus præstabitur accumulando, colligendoque ætheri, & electricitatis vis, & intensitas fiet major. Id pluribus experimentis confirmavit Nolletus sermone quarto. In qua potissimum massæ ratione electricitas intendatur incertum est. Omnino autem in eadem massa, pro figuræ diversitate, accelerari, aut retardari poterit progressus ætheris, & electricitas aut intendi, aut remitti. Huc alia redeunt Monnierii, & Nolleti experimenta, quibus complicatas laminas, & irregularis superficiei corpora minus electrificari deprehenderunt. Radiis autem Solaribus ustorio speculo, aut lente aliqua collectis cum ætheris accumulatio non habeatur, sed conspiratio tantum vibrationum ætheris in focum, electricitas non augebitur. Observavit id secunda epistola Franklinius.

Co-

Corollarium Secundum.

In eodem corpore inæqualiter electricitas distribui debet. Illabens enim successive æther debet alium superstitem vehementer ad extremas usque partes propellere, atque ibi, cum difficilior in aërem circumambientem effusio sit, magis accumulare. Ideo in confiniis longioris alicujus catenæ fortior, ut Cl. Krugers deprehendit, est electricitas, & medias extremasque inter longioris catenæ partes signa electrica haberi aliqua possunt: quod electricitatis diversitatem aliquam indicat, ut ex sequentibus patebit.

Corollarium Tertium.

Vis, qua particulæ æthereæ electrificato globo erumpunt undique, cum sit maxima, maxima etiam erit celeritas, qua interiorem corporum substantiam pervadendo ad quamlibet distantiam effundentur. Eamdem celeritatem in longioribus catenis certo metiri hactenus non licuit. Experimentatores ferme omnes nullam se invenisse fassi sunt differentiam sensibilem temporum, quibus primæ, extremæque catenæ partes electrificantur. Aliquam tamen deprehendit Beccaria, & ante ipsum Kratzestein in Scholio Problematis quinti Theoriæ Electricæ.

Corollarium Quartum.

Ætheris motus a superiore, & confricata globi superficie aut ad confricantem manum, & machinam, aut ad propiores catenæ partes dirigetur. In machinam autem, aut in catenam æther primo illabi poterit pro majore, aut minore, qua expellitur, velocitate. Nam si velocitas vibrationum ea sit ut ipso confricationis tempore æther effluat, in manum confricantem, & machinam proxime objectam illabetur, in catenam vero transibit si confricationis tempore non adhuc vibratorius motus, atque aetheris expulsio sensibilis facta sit.

Co-

Corollarium Quintum.

Juxta conjecturas illas, quas *Coroll.* 1. *Prop.* 2. circa vitreæ, & resinosæ electricitatis differentiam proposuimus, videri posset ætherem a globo vitreo in catenam, a globo autem sulphureo, & resinoso in confricantem manum, ac machinam debere expelli. Ideo in priore casu filis metallicis catenam inter, & manum superius positis intercipitur tota electricitas, & ne in catenam transeat impeditur. Contra si ex inferiore parte eadem fila globo vitreo admoveantur, & globus catenam versus ex superiore parte circumvolvatur, a catena absorbetur tota electricitas, & fila eadem nulla amplius dant signa electrica.

Propositio Sexta.

Quod si insuper catena, & machina aliis corporibus origine electricis cingantur undique, perpetua, & absoluta circulatio ætheris habebitur ab extraneis corporibus ad machinam, a machina ad globum vitreum, a vitreo globo ad catenam, & a catena ad corpora alia extranea. Globo sulphureo, aut resinoso adhibito ætheris circulatio contrario sensu absolvetur.

Primo enim si adhibito vitreo globo, juxta antecedentia corollaria, æther a globo ad catenam transit, minui paulatim debet copia ætheris in globo residui, ac superstitis, atque ad tuendum, conservandumque æquilibrium aliae, atque aliae portiones aetheris ex circumstantibus corporibus, & ex machina ad illas globi partes advenire debent, in quibus aether residuus deficit, & quae licet per primam propositionem libere adeo non pateant, communicant tamen aliquo modo inter se invicem. Itaque si statuamus, quod primus in Anglia praestitit Gulielmus Watson, machinam omnem corporibus origine electricis, & catenam simul circumdari, integra, & absoluta circulatio aetheris habebitur ab extraneis corporibus ad machinam, a machina ad globum, a globo ad ca-

catenam, & corpora alia extranea: atque ita machina defectu, & negative erit electrica, catena vero excessu, & positive. Scilicet cum in globo deficiat aether, & concepto motu in catena accumuletur, nec nisi ex proximioribus machinae partibus ad elabentem resarciendum novus aether advenire possit; pari gradu in machina deficiet. En Franklinii theorema ex nostris principiis erutum. At contra si globo vitreo globus sulphureus, aut resinosus substituatur, aether a globo ad machinam, & a catena ad globum transibit, & tota circulatio absolvetur contrario sensu: quod aliud Kinneslaei theorema est. Idem citra intimae texturae, & compositionis in vitreis, & resinosis corporibus diversitatem, quam conjecturae loco dumtaxat antea proposuimus, rectius fortasse ex phaenomenis, & tertio experimento colligeretur, juxta quod cum signa electricitatis in machina, & catena, vitreo, & sulphureo globo adhibito contraria prodeant, manifestum est statim in duobus casibus aetheris directionem contrariam esse oportere, & a globo ad catenam progrediente electricitate vitrea, resinosam manu absorberi, &, ne primo ad catenam transeat, impediri.

Corollarium Primum.

Falsum ergo erit, quod Nolletus, & Watsonus statuerunt electricam materiam non a catena solum ad alia corpora transire, sed ab aliis etiam corporibus ad catenam, & in promiscuo, ac jugi hoc materiae effluxu, affluxuque electricitatem consistere. Nam si in catena accumulatus undique est aether, quomodo ab extraneis corporibus, in quibus respective deficit, ad catenam affluere poterit? Aut si continuo effluxu in aliqua catenae parte languescit electricitas, quare a corporibus circumpositis, & non a reliquis potius materia eadem adhuc redundantibus catenae partibus debet refici? Quibus vero rationibus materiae electricae ad catenam affluxus rejicitur, satis etiam ostenditur effluxum ex machina ad extranea alia corpora non posse haberi.

Co-

Corollarium Secundum.

Porro in hac omni circulatione vapor electricus ex machina ad eam vitri partem feretur, in qua respective deficit, sive ex qua vibrationibus conceptis pellitur, & jaculatur. At vero ex ipsa vibrationum indole satis constat non alium successive jaculari aetherem, ac foras expelli posse, quam qui a centro motus est magis dissitus, & circa ipsas vibrantes superficies reperitur. Non ergo est cur ex machina superveniens ultra superficies easdem feratur aether, interioremque vitri substantiam penetret. Ita intelligitur quod longa experimentorum serie Franklinius, & Beccaria assecuti sunt, vaporem electricum ab extraneis corporibus delatum vitra intime non pervadere. Quae in oppositum afferri solent, & deduci maxime ex modo, quo celebri Muschenbroekii experimento aptantur phialae vitreae, omnia citra ullam vitri permeabilitatem singulari ea proprietate explicantur, de qua inferius conjiciemus nonnulla, & qua fit ut electrico vapore in una vitri superficie communicationis ope accumulato, in superficie altera deficiat.

Corollarium Tertium.

Si nulla alia corpora catenæ accedant propius nisi aër, in aërem ipsum accumulatus catenæ æther debet effluere. Quia vero juxta *Coroll.* 1. *Propos.* 1. ætheris particulis aereæ difficiliorem aditum permittunt, non nisi modica in copia, & ad minora intervalla eædem particulæ ætherea effluere poterunt, & circa electrificatæ catenæ partes, a quibus exeunt, resistentia medii cohibitæ, Atmosphæram electricam component. Atmosphæra in minoribus distantiis erit densior, in majoribus rarior, ac debilior, ut ex œconomia effluxus sequitur, & supra etiam notatum est.

Propositio Septima.

In tota hac æther circulatione minores alias, ſubtilioreſque particulas a machina, & catena debet abradere, & ſecum ferre, & copioſius traducere in alia corpora communicatione electrificabilia, quæ propius catenæ admota ſint.

Primum colligitur ex ipſa natura ætheris in ſuis omnibus partibus agitatiſſimi, qui licet ſit tenuiſſimus, rariſſimuſque, ubi tamen majore in copia electrificationis ope aliquod corpus ſubeat minora quædam ramenta debet abripere, & ſecum ferre. Colligitur etiam ex pluribus experimentis, atque iis potiſſimum, quibus compertum eſt animantia, & fluida omnia, denſiſſimo Mercurio excepto, & viſcoſo olivarum oleo, aliquid ſui ponderis, electrificatione habita, amittere: ut apud Nolletum ſermone quarto videre eſt. Colligitur denique ex odoribus, quos electrificata corpora effundunt undique, ut obſervarunt Hauksbee, Du Fay, & Schilling, quique, ut Nolletus cenſet, in cauſſa ſunt cur canes, aveſque acuti odoratus electrificationem pati non poſſint. Jam vero æther in catena undique accumulatus, ne libere effluat, textura, & diſpoſitione circumpoſitorum corporum origine electricorum ſatis cohibetur. Admoto igitur aliquo corpore, cui communicari electricitas, & in quo per *Propoſ.* 1. æther facillime poſſit recipi, ex propinquioribus catenæ locis, ac remotioribus, quæ omnia communicare debent inter ſe invicem, æther undique adveniet, abraſaſque illas electrificatorum corporum particulas copioſius deferet. Ideo eſt quod corpore electrificabili electrificatæ catenæ admoto intenſior odor ſpargitur, flores, qui expanſi erant, contrahuntur, & catenæ electricitas remittitur.

Corollarium Primum.

Flammæ cum undequaque obſiſtentem aërem dilatent, pellant, & ad certam uſque diſtantiam cohibeant, admotæ propius effluxum ætheris promptiorem, ac copioſiorem facient. Ideo

Ideo ſalienti, & electrificatæ aquæ admota flamma aquæ diviſio, quæ ex electricitate catenæ oritur, deficit, amplioreſque transflammam, & ad majorem diſtantiam ſcintillæ e catena educuntur. Pariter ſi duorum corporum majus ſit intervallum, quam ut ab uno ad alterum electricitas per aërem traduci poſſit, candelae flamma interpoſita trajicitur: quemadmodum ferunt nota Cl. Du Fay, Waitz, Jallebert, aliorumque experimenta.

Corollarium Secundum.

Particulae eædem ſimul cum æthere a catena electrificata ad flammam copioſius affluentes, ætherem alium, admixtaſque particulas, in quas impingent, ſcilicet flammam ipſam impellent juxta ſui motus directionem: ut ſi catenæ extremo illi, quod magis a globo diſtat, flamma admoveatur, æthereo vento cedat, & ſicuti in aëreo accidit ad partem oppoſitam deflectatur. Craſſiorum corpuſculorum, quæ catenæ admoveantur propius, alia erit ratio ut videbimus.

Corollarium Tertium.

In aërem etiam circumpoſitum cum difficilius, ſed tamen aliquo modo æther effluat, deferet minimas illas, abraſaſque electrificatorum corporum particulas eo copioſius, quo concepta electricitas erit fortior. Circa anguloſas pariter, atque acutas catenæ partes copioſior erit affluxus; colligitur enim iiſdem partibus electricitas, atque ex ampliori loco in arctiorem pertranſiens æther celerius, ac vehementius ferri debet.

Propositio Octava.

Iiſdem poſitis explicare lucem, ignem, & crepitum electricum.

In primis ſolutæ illæ, abreptæque electrificatorum corporum particulæ cum motum perturbatiſſimum, ac celerrimum flui-

fluidi, cui innatant, concipiant, si majore in copia confertæ sint, & vehementius agitentur, debent in alium ætherem circumambientem agere aliquo modo, & breves illas, reciprocasque vibrationes excitare undique, quæ lucis sensationem imprimant. Inde juxta ultimum corollarium intelligitur, quod Cl. Bose observavit, fortissime electrificatos homines, & potissimum infantes in tenebris circumsplendescere. Deinde etiam intelligitur unde ortum suum ducant irradiationes, quas circa acutas, & angulosas catenæ partes nisi electricitas sit minima, semper conspicimus. Intelligitur denique juxta ultimam propositionem cur propius catenæ admoto corpore aliquo communicatione electrificabili scintilla, & lux electrica emergat.

Quod si vero hujusmodi corpus communicatione electrificabile, & propius catenæ admotum maxime inflammabile natura sua sit, ob eamdem rationem incendi debet: ut in spiritu vini contingit passim, & calescente adhuc extinctæ lampadis ellychnio. Hoc modo Cl. Ludolfus accendit liquorem æthereum Frobenii: Reinhard, & Winkler quintam essentiam vegetabilem: Grelate, & Hanov alcohol vini purum. Consule circa inflammabilitatem liquorum Watsoni epistolas ad Societatem Regiam Londinensem datas.

Sicuti autem minima corpora, quæ subito incenduntur, impellunt aërem, & crepitant, ita imminuta electrificabilis corporis, & catenæ admoti distantia, auctoque effluxu ætheris, eousque augeri poterit ipsius vis, ut innatantes, agitatæque minimæ particulæ non solum ætherem circumambientem, sed etiam aërem impellant, ac sonum edant. Eadem phænomena in machina adveniente undique per *Prop. 6.* ab extraneis corporibus æthere haberi debent.

Corollarium Primum.

Qua ratione accensioni, & inflammationi aptiores particulæ electrica scintilla accendi possunt, eadem etiam fundentur fusioni aptiores particulæ, metallicæ ex. gr., subtilissimæque bracteolæ scintilla electrica percussæ. Et quia electrificatione accumulatus æther, & ætheri innatantia tenuissima

ſima ramenta corporum bracteolas ipſas intime pervadunt, electricitate melius fundi poterunt bracteolæ, quam communi igne. Id etiam experientiæ conſonum apprime eſt.

Corollarium Secundum.

Pariter, qua ratione filo metallico catenæ admoto ſcintilla educitur, eadem in diſruptione electrificatorum corporum lux aliqua haberi debet: tum enim plura ſeparari debent ramenta, quæ motum ætheris ſequantur, & vibratorium motum circumambienti ætheri communicent. Hinc eſt quod vehementiore electrificatione confracti globi ipſo fractionis momento lucent: quodque cum ex cylindro veſica ſuilla, & madida cooperto, atque electrificatæ machinæ impoſito paulatim aërem extraxiſſet Boſius uſque ad veſicæ diſruptionem, ter, aut quater igneum lumen conſpexit veſicam magnitudine exæquans, ac deinde fere duodecies lucem aliam debiliorem.

Corollarium Tertium.

In vacuo liberior erit effluxus ætheris, & lux omnis electrica vividior: quod cum ſecundo experimento conforme ſit, & ex theoria noſtra facile deducatur, evertit prorſus Mangini, Bammacarii, Watlonii, Boullangeri, Faurii, aliorumque hypotheſes, qui aut elaſticitate, aut vibrationibus conceptis, aut alio quocumque modo electricitati excitandæ, propagandæque conducere aërem exiſtimarunt. Quoniam enim elaſticitate, & denſitate aëris imminuta potius lux electrica augetur, manifeſtum eſt electricorum phænomenorum cauſſam non eſſe aërem.

Corollarium Quartum.

Hinc ratio redditur phoſphori Mercurialis, & Bernoulliani. Mercurio enim de more excuſſo, & confricata interna ſuperficie tremor ille, ac vibratio partium orietur, ex qua æther, & cum ipſo æthere ſubtiliores aliæ particulæ in vacuam tubi partem deferantur, & circa medium affluentes

co-

copiosius tenuem lucem illam exhibeant, quam Johannes Bernoullius adnotavit nullo modo ab iis explicari, qui in jugi effluvio corpusculorum tenuissimorum lucem consistere voluerunt. Totius phænomeni enodatio ex nostris principiis tam certo fluit, ut etiam intelligatur, quod Cl. Ludolfus expertus est, Barometrum aucta frictione electrificari.

Corollarium Quintum.

Idem de subtilissimis iis vitreis bullulis dici debet, quæ in aërem projectæ disrumpuntur. Etenim frictione aëris, projectæ, & in frustra jam dissilientes bullulæ vibratorium illum, ac tremulum motum concipiunt, quo electrificantur, & in tenebris lucem aliquam effundunt. Vide ut acute hanc lucem non nisi ad electricitatem pertinere, nec nisi confricatione aëris, & vitri haberi evicerit Beccaria in descriptione novi phosphori.

Propositio Nona.

Si planum corpus acutæ alicui catenæ parti admoveatur conus lucidus, si planæ acutum stellula electrica habebitur. Eadem phaenomena in machina inverso ordine prodibunt.

Nam primo adversus Waitzium ostendi potest effluxum materiae electricae copiosiorem futurum fore plano aliquo corpore admoto acutae parti catenae electrificatae, quam si parti planae admoveretur. Plano enim corpore catenae admoto, qua parte plana est, ad puncta singula non nisi ab objectis punctis illabetur aether. Contra si acutae, & conicae parti *MFN*, *fig.* 32., idem corpus admotum sit, ad punctum extremum *F* accurrent undique, ex jam dictis, particulae omnes in poris, ac lineis singulis *FA*, *FB* &c. ad eamdem distantiam dispositae, ac juxta concepti motus directionem delatae ulterius obversum conum, ac lucidum exhibebunt.

Deinde si acutum corpus *HLP*, *fig.* 33., parti alicui planae *AD* fiat propius, illico ex puncto *N*, quod cuspidi respon-

ſpondet, affluet materia electrica. Ex punctis circumpoſitis M, & R materiae affluxus tanto fiet minor, quanto major evadet diſtantia a puncto P. Itaque conus MPR, qui eodem affluxu gignitur, non niſi circa axem NP erit lucidus, & prae illo, qui ex acutis, anguloſiſque catenae partibus educitur, ſatis exiguus. Idcirco ſtellulae electricae vocabulo a priore ſecernitur.

Omnia inverſo ordine in machina, & contraria ratione fieri conſequitur ex ſexta propoſitione: quae cum tertio experimento ſint conſentanea idem Franklinianum theorema poſitivae, & negativae electricitatis catenae, & machinae confirmant maxime.

Corollárium.

Coni prioris lucidi baſis coarctabitur acuto aliquo, aut convexo corpore communicatione electrificabili catenae cuſpidibus admoto, atque æther in proximiores ipſius corporis partes illabens obverſi, & truncati coni figuram referet. Stellula etiam electrica in majoribus diſtantiis circa apicem acuti corporis propius admoti, ubi radii omnes convergunt, ſenſibilis fieri incipiet. Id, quod conſequitur ex principiis ſuperioribus, Nolletus cum obſervaſſet, putavit lucem non a catena electrificata, ſed ab admoto corpore profluere. At patet quod antea diximus vaporem electricum a locis, in quibus deficit, ad alia, in quibus redundat, affluere non poſſe.

Propositio Decima.

Si filum, aut corpuſculum aliquod communicatione electrificabile cum aliis ejuſdem generis corporibus conjunctum ſit, & electrificatæ catenæ, aut machinæ propius admoveatur, conſtanter attrahi debet.

Obſervandum eſt enim affluxu ætheris impelli aëreas particulas, & undequaque dilatari. Id primum ex eo infertur quod aër materiæ electricæ propagationi reſiſtat aliquo modo, ut dictum fuit, quodque actioni contraria ſemper, & æ-

qualis reactio esse debeat. Colligitur etiam ex crepitu, qui eductione scintillæ electricæ percipitur, & qui impulsi, agitatique aëris manifestum indicium est. Confirmatur etiam experimentis aliis non paucis, quæ *Epist.* 6. ad Beccarium singillatim exposuit Beccaria. Hoc autem posito si duo sint fila humida, quorum unum ex electrificata catena pendeat, alterum manu propius, & parallelle admoveatur, dum a primo ad secundum transibit materia electrica, impelletur undique, ac rarefiet intermedius aër, adeoque alterius circumpositi aëris actione a verticali directione abducentur fila, & versus sese invicem inflectentur. Quia vero electrificatum filum novam semper electricam materiam e catena elabentem admoto filo communicat, quæ ad manum pertranseat, & disperdatur; utrumque filum in eodem semper manebit electrificationis statu, neque ulla erit ratio, qua alterutrum recedat, nisi aut catenæ electricitas non sit constans, aut tertium e latere filum consimile, vel corpus aliud accedat communicatione electrificabile, cui similiter accedendo secundum filum a priore dividatur. Eadem phænomena ex machina eodem modo haberi poterunt dum a filo, quod manu appenditur ad filum, quod machinæ adnexum est, transibit æther, & intermedius aër urgebitur, & rarefiet.

Corollarium Primum.

Inde intelligitur quod Hauksbejus expertus est, quod scilicet cum ex centro globi vitrei plura ipse alligasset fila libere omnino pendentia, & alia extra globum rursus hic illic in gyrum suspendisset, globo electrificato animadvertit, & quæ interius, & quæ exterius erant fila erigi singula ad confricatam vitri superficiem perpendiculariter. Valet id ipsum de corpusculis omnibus communicatione electrificabilibus, & cum aliis ejusdem generis communicantibus, quorum data semper, & constans esse debet attractio.

Co-

Corollarium Secundum.

Idem est casus aureæ, & quadratæ bracteolæ, quæ infra catenam electrificatam a Cl. Le Cat suspensa est verticaliter, supposita ad datam distantiam tabula metallica, in quam redundans æther transfundebatur. Refelluntur eodem experimento Hausenius, Waitz, Kratzestein, aliique, qui materiam electricam in vortices, ac spiras agi censuerunt. Plane enim si is esset motus materiæ electricæ, bracteolam auream lateraliter impelli, & a quiete sua deturbari necesse esset. Simili experimento Wilson bracteam argenteam duas inter tabulas metallicas, quarum una electrificata erat, suspendit. Unde non video cur Watson inde deduxerit theoriam materiæ affluentis, effluentisque.

Corollarium Tertium.

Si filum unum ex machina, alterum vero ex catena pendeat, unum videlicet defectu, & excessu alterum sit electricum, majorque habeatur utrobique conceptæ electricitatis differentia, major etiam ab uno ad alterum, si prope sit, fiet excursus ætheris, magis aër pelletur, ac dilatabitur, omnisque attractio evadet major. Universim quia pro majore differentia electricitatis copiosior ætheris affluxus, & fortior aëris rarefactio haberi debet, patebit aliud Franklinii, & Beccariæ theorema: scilicet corpora omnia versus se invicem tendere viribus proportionalibus differentiæ electricitatis.

Propositio Undecima.

Si vero minimum, & catenæ, aut machinæ propius admotum corpusculum cum corporibus aliis communicatione electrificabilibus non communicet, attrahetur primum, tum repelletur.

Id locum habet in bracteola metallica, & globulo ex subere, qui filo serico, & probe sicco suspensus sit, & parum

ab electrificata catena distet. Primo enim attrahetur globulus, ut in antecedente propositione dictum est. Tum quia non poterit in filum sericum successive illabentem ætherem refundere, replebitur cito citius, & novi semper a catena advenientis, & in intermediis locis accumulati vi, & actione superata vi, & reactione aeris circumpositi, repelletur a catena, & lente oscillari incipiet. Quod si interim, dum repellitur, aliud corpus communicatione electrificabile propius inveniat, cui intus suscepti ætheris portionem aliquam impertiatur; alteri rursus præbere locum, & ad catenam reverti poterit. Sublato corpore electrificabili non nisi tardius ad catenam redibit globulus, postquam scilicet ambienti aeri, & progressum electricitatis, ut dictum fuit, retardanti communicata portione ætheris antea imbibiti a catena novum excipiet. Vide epistolam septimam Beccariæ. Si globulus suberis propius machinæ admoveatur, & portionem aliquam intus contenti ætheris communicet ipsi machinæ, perinde erit. Similis est casus bracteolarum infra catenam ascendentium, aut descendentium superius, quousque demum qui inter bracteolas materia electrica refertas, & electrificatam catenam accumulatur successive æther gravitatem superet, & vim ad recessum imprimat. Consule hacce in re Musschenbroekium *cap.* 17. Physicæ, & Hauksbejum in Monumentis Parisiensis Academiæ anni 1733.

Corollarium Primum.

Ex his colligitur quare corpuscula catenæ leviter adhærentia, furfur, farina &c., concepta jam electricitate repellantur undique, recedant fila a se invicem, aqua saliens in plures, subtilioresque guttulas dividatur, & spiritus vini, aut aqua catenæ affusa dissipetur deinde in pluviam imperceptibilem, ac tenuissimam. Hæc vero, quæ certissimis experimentis detecta sunt, & ex theoria nostra manifeste consequuntur phænomena, satis refellunt Keillium, Hambergerum, aliosque qui ex attractione effluviorum electricorum oriri electricitatem arbitrabantur. Cum enim, juxta trigesimum Keil-

Keillii theorema, *multo magis conferta sint effluvia in minoribus ab emittente corpore distantiis, quam in majoribus; corpus leve versus densiora effluvia semper urgebitur donec tandem corpori emittenti effluvia adhæreat*, hoc est constanter attrahetur, nec attractionem unquam repulsio excipiet.

Corollarium Secundum.

Eamdem ob caussam si limatura ferri, aliisque hujusmodi pulveribus catena conspergatur, post electrificationem pulveres avolare omnes debent, saltem qui sunt crassiores. Neque enim expectandum est, quod volebat Nolletus, ut disperdantur singuli, & usque ad ultimum, cum neque ex punctis omnibus electrificatæ catenæ effluere possit æther, neque ex unoquoque poro ea vi effluat, qua sensibiliter pulvisculum impellendo finitum motum, ac repulsionem gignat. Id adeo verum est, ut si superstites huc illuc pulveres colligantur, ad ultimum usque avolent. Minime igitur nos ferit, quod affluenti, effluentique materiæ patrocinandæ addiderat Nolletus.

Corollarium Tertium.

Si eidem corpori electrificato ad eamdem distantiam diversa alia admoveantur corpuscula, quæ diversimode concipiendæ electricitati idonea sint, ea trahentur, repellenturque citius, ac validius, quæ validiorem electricitatem imbibent. Id experientiæ esse consonum animadvertit Cl. Du Tour. Ego etiam cum in eadem a catena distantia, duobus filis sericis, ac probe siccis, chartæ inauratæ frustulum, & rectangulam talci bracteolam suspendissem, observavi citissime attrahi chartam, & tacta vix catena repelli longius. At vero talci bracteola nonnisi tardius accedebat catenæ, nec nisi elapsis aliquot post contactum secundis lente repellebatur.

Co-

Corollarium Quartum.

Oscillationes fortiores erunt catenæ, & machinæ interposito pendulo, aut si duo hinc illinc constituta sint corpora, quorum unum a vitro, & a resinis alterum electricitatem participet, unum scilicet positive, & alterum negative electricum sit, juxta sextam propositionem. Inde eruetur vicissitudinum illarum ratio, quæ resinosam, & vitream electricitatem distinguunt; nimirum corpus electricitate vitrea imbibitum a vitro cum repellatur accedere debet corpori resinosæ electricitatis: & vice versa corpus resinosa electricitate præditum ab aliis sui generis repelli, & attrahi ab eo debet, quod electricitatem vitream participat.

Corollarium Quintum.

In recipiente Antliæ Pneumaticæ una fere, eademque proportione aëris residui quantitas, & attractionis, repulsionisque electricæ vis deficiet. Id *Epist.* 3. expertus est Beccaria: cum enim Mercurio ad quinque lineas depresso chartæ inauratæ frustulum filo serico duos inter globos metallicos suspensum vix sensibiliter agitaretur, Mercurio postmodum ad duos pollices elevato pendulum oscillando ad contactum usque globorum perveniebat, & fortius semper, ac celerius majore immissa quantitate aëris impellebatur.

Propositio Duodecima.

Determinare vires electricitatis in humano corpore exercitas.

Si electrificatæ catenæ, aut machinæ pars aliqua humani corporis propius admota sit, intelligitur facile ex jam dictis extensas nervi papillulas abduci filorum more, impelli, distrahi debere, & punctionis sensum imprimere, cum nihil aliud sit punctio, quam sensibilis nervearum expansionum distractio. Quod si totum humanum corpus imbuatur electrici-

ci-

citate, æther rariſſimus, tenuiſſimuſque, & aliæ ætheri innatantes aliorum corporum particulæ delicatiores fibras aliquo modo impellere, & commovere poterunt, augere tranſpirationem, accelerare ſanguinis, ac fluidorum reliquorum motum: quod adeo verum eſt ut ego aliquos electrificatione diutius continuata febricitare etiam deprehenderim. Quod ſi denique toto corpore electrificato ſcintillæ ex parte aliqua repetitis vicibus educantur, major ad partem ipſam materiæ electricæ affluxus, impetus, ac vis fiet. Itaque ſi qui erunt morbi ex levi aliqua vaſorum obſtructione, denſitate humorum, & tardo motu progeniti, ex electricitate ſubſidium aliquod capient: accumulato enim æthere, eductiſque ſcintillis ex læſa parte excuti obſtruentes particulæ, diſſipari vitiati humores, aut agitari poterunt. Gravioribus etiam morbis repetita electrificatione ſatis mederi innotuit celeberrimis experimentis Clar. Jallebert, Sauvages, Nollet, Monnier, Boucot &c. Novi ego hominem, qui cum iſchiade laboraſſet Placentiæ, repetitis electrificationibus ſic convaluit, ut pedes Mediolanum uſque devenerit.

Corollarium Primum.

Ad primum quod pertinet patet ratio, propter quam e longinquo catenæ electrificatæ admota manu ea ſenſatio experiatur, quæ incidendo in aranearum telas haberetur. Imminuta diſtantia, & aucta intenſitate electricitatis poſſe per totum digit'um, qui admovetur, & maxime in juncturis ſingulis, in quibus major perioſtii, & nervorum delicatiſſimorum eſt copia, punctionem percipi, & accurrente undique ſanguine intumeſcentes, & rubicundas maculas relinqui, rei medicæ, & anatomicæ periti facile intelligent.

Corollarium Secundum.

Augebitur adhuc eadem ſenſatio ſi quæ catenæ, aut machinæ accedit corporis humani pars læſis fibris, & jam habitorum vulnerum cicatricibus ſit debilior: ut mirum videri

am-

amplius non debeat juvenem illum a D. Teske electrificatum, educta scintilla ex eo brachio, quo antea annis duodecim laboraverat, tantum dolorem percepisse. In volucribus, atque aliis delicatioribus animalculis electricitas sensibiliores effectus præstat: eductis enim scintillis disrumpi sanguinea vasa, & interire animalcula compertum est.

Corollarium Tertium.

Quemadmodum vero noxia aliquando potest esse electricitas ubi major impulsus, ac motus nocet, ita e contrario ubi majore motu, atque impulsu opus est, utilis, ac salutaris electricitas esse potest. Non igitur contemnendus est ipsius usus in animali œconomia, atque initio potissimum morborum, qui ex vasis obstructis profluunt: licet enim citissimus sit motus materiæ electricæ, est tamen materia omnis rarissima, ac subtilissima, nec nisi datos obices superare potest.

Propositio Decimatertia.

Si interior phialæ vitreæ superficies filo metallico, & electrificatæ catenæ, ut moris est, admoveatur, excessu, & positive electrificabitur. Exterior interim superficies negative, & defectu electrica evadet.

Dum phiala vitrea, quæ Mercurio, aqua, aut globulis plumbeis sit referta, unco ferreo de more appenditur, & catenae electrificatæ admovetur, æther ex unco in globulos, aquam, Mercurium illabens in interna superficie phialæ accumulari debet. Id etiam ex eo eruitur, quod aqua, quae phialam replet, aliquando, ubi validior sit electricitas, lucida in tenebris conspicitur: quodque si aut filo ferreo, aut aqua utcumque adhærente interior eadem superficies communicet cum exteriore, unde æther aliunde effundi, & disperdi possit, experimentum omne evadit nullum. Superest igitur ut probemus, quod licet intus accumulatus æther cum superficie externa non communicet, agit tamen tali ratione in

in vitrum, ut ab externa superficie repellatur tantumdem ætheris, quantum intus accummulatur, adeoque interior superficies excessu, & positive, exterior vero negative, & defectu electrica evadet. Id quinto experimento a nobis præmisso ostenditur: etenim si quæ planis superficiei exterioris partibus admoveantur acuta corpora lucidum conum videndum præbent, & si quæ corpora acuta, & communicatione electrificabilia externæ superficiei adnexa sint, admota iisdem plana stellulam electricam exhibent: & contra si quæ acutis, electrificabilibus, adnexisque superficiei internæ corporibus admoveantur plana conum lucidum, si quæ acuta planis stellulam reddunt. Hæc in interna superficie sicuti in catena positivam electricitatem produnt, negativam vero in externa sicuti in machina.

Corollarium.

Si ex analogia, & similitudine effectuum liceret aliquid de caussæ similitudine conjicere, ex his omnibus deduci posset accumulatum interius ætherem ita in vitrum, quod interius minime permeat ut dictum est, agere ut vibratorios motus excitet. Plane vibrationibus tremulis, ac brevissimis vitri, & aliorum origine electricorum corporum ætherem pelli undique propositione tertia demonstratum a nobis est. Cum itaque accumulato in concava superficie vitri æthere a superficie convexa alius pellatur, vibratorios in vitro motus ille æther excitare debet, quibus cum æther in vitro contentus projici nequaquam possit a concava superficie, in qua accumulatus, & successive a catena adveniens superest, ab exteriore, & convexa, cui nullum impedimentum imminet, projiciatur.

Propositio Decimaquarta.

Iisdem positis dico quod si qui homines se tangant, & dum primus scintillam ex electrificata catena educit, ultimus convexitatem phialæ manu teneat; eo ipso tempore excussio ha-

Dd be-

bebitur per viam breviſſimam, quæ a loco ſcintillæ educta ad vitri convexitatem intercedit.

Cum enim æther in exteriore ſuperficie phialæ deficiat ea proportione, qua in interiore accumulatur, educta ſcintilla, late per digitum, ac primum hominem, & quoſcumque alios contiguos a catena debet excurrere uſque ad ultimum, & convexam phialæ ſuperficiem, in qua quantitas ætheris eſt minima. Hoc ſuo excurſu delicatiſſimas nervorum partes impellat, diſtrahat, ac concutiat materia electrica neceſſe eſt. Quia vero licet per totum humanum corpus communicatione electrificabile materies eadem diffundi poſſit, ad ſuperficiem tamen convexam, & exteriorem phialæ, in qua reſpective deficit, excurſus fortior multo, ac copioſior haberi debet; ſenſibilior etiam concuſſio per viam breviſſimam debet eſſe, quæ a loco ſcintillæ eductæ ad vitri convexitatem intercedit, ac tranſit per partes ſingulas, quibus homines ſeſe contingunt, ut ſi homines manibus ſe teneant a manu ad manum, ſi unus unum manu alterum pede tangat, ictus a manu ad pedem tranſeat. Si phialæ Magica Franklinii tabula ſubſtituatur, ſuperficies una poſitive, & negative altera electrificabitur, & omne experimentum eodem modo ob eamdem rationem cedet.

Corollarium Primum.

Hinc ſi amplior tubus ferreus, ut præſtitit Muſſchenbroekius, catenæ loco accipiatur, aut alio quocumque modo magis in phiala accumuletur aether, ut factum Nolleto eſt, qui progreſſui materiae electricae obſiſtentem aërem e phiala eduxerat; non per rectam illam breviſſimam dumtaxat, ſed etiam per totum corpus concuſſio validiſſima habebitur. Ubi impetus, ac vis aetheris ſit minor, non niſi per viam breviſſimam fiet ſenſibilis, & potiſſimum iis in locis, in quibus major perioſtii, & nervorum delicatiſſimorum eſt copia, juncturis ſcilicet manus, pedis, aut brachii. Quia vero momento temporis contingunt omnia, perinde erit, ac vix intererit quod corporibus origine electricis incumbant homines, aut non.

Co-

Corollarium Secundum.

Eadem phaenomena ex machina, & contraria ratione obtineri poterunt. Si enim filum metallicum, cui phiala vitrea admovetur, pendeat ex machina, & negative electrificetur; in interiore superficie deficiet aether, in exteriore vero accumulabitur. Idcirco lucis phaenomena in interiore superficie ea habentur, quae suspenso ex catena filo habebantur in exteriore, & vicissim. In hoc igitur casu materia electrica a convexitate vitri, & humanis corporibus excurret ad partes machinae, ex quibus scintilla educitur, & ad concavam phialae superficiem, in qua respective deficit. Si phiala admoveatur machinae, & scintilla ex catena educatur, aut aequali tempore catenae, & machinae admoveatur Franklinii tabula, nulli sensibiles ictus haberi poterunt, uti liquet experimento, & ex nostra etiam theoria satis colligitur.

S C H O L I O N.

His ergo omnibus non solum aliorum hypotheses refutavimus, qui aut materiam affluentem, effluentemque ex eodem loco confixerunt, aut vaporem electricum vorticoso, & spirali motu censuerunt abripi, aut attractionem partium, aut aërem crassiorem pro explicandis electricitatis phaenomenis in subsidium advocarunt; verum etiam totam, & integram theoriam electricam ex natura, & motu aetheris deduximus, discrimen corporum ex origine, & communicatione electricorum, excitationem, propagationem, accumulationemque, ac defectum electricitatis, lucem electricam, crepitum, attractionem, repulsionem, punctionem, concussionemque. Quæ aut ipsi experiundo deprehendimus, aut observarunt alii phaenomena ita explicavimus, ut si quae adhuc supersint satis rata, & constantia, ea lector optimus, & ingeniosus facili admodum negotio possit ex iisdem principiis derivare. In assignando corporum communicatione, & origine electricorum discrimine, atque exponendis aliis theoriae electricae capitibus satis con-

venimus cum Johanne Alberto Eulero, & Vincentio Beraudio, ac in plura theoremata incidimus, quae ipsi etiam viri perspicacissimi attigerant in duabus dissertationibus, quae eodem fere tempore cum priore nostro de caussa electricitatis opusculo ad Petropolitanam Scientiarum Academiam missae sunt. Utrique vero, cum negativae, & positivae electricitatis discrimen minime agnoscerent, electricitatem machinae, & signorum electricorum in machina, & in catena, atque in utraque superficie quadrati Frankliniani oppositionem, & quae independent phaenomena non attigerunt. Beraudius etiam in sua dissertatione, quae post nostrum opusculum Academiae jussu impressa est, materiam electricam in vortices distribui censuit, & circulari motu abripi. Eulerus in ea dissertatione, quae anno 1755 praemium retulit, *num.* 21., & *seq.*, statuit materiam electricam a tubo, & catena ad sphaeram vitream transire: cum potius a sphaera vitrea ad tubum transire debeat, ut catena omnis excessu, & positive electrificetur.

PARS TERTIA.

De phænomenis aliis ab ætheris motu pendentibus.

Definitio Prima.

Solidum corpus est quod cuicumque ictui non cedit: Elasticum quod ita cedit, ut sublata vi percutiente figuram suam ictu amissam recuperet: Fluidum vero quod vi cuicumque extrinsecus illatae cedit, & cedendo facillime movetur.

Definitio Secunda.

Fermentationum Chemicarum nomine motus illi omnes in-

intelliguntur, qui solidis corporibus in fluido aliquo immersis, aut fluidis inter se mixtis solent contingere: sunt autem dissolutio, effervescentia, ebullitio, sublimatio, praecipitatio, coagulum, chrystallisatio.

Definitio Tertia.

Tubus capillaris vitreus est cylindrus vitreus intus cavus, & adeo angustus, ut aperturae diameter una parte decima pollicis non sit major.

Definitio Quarta.

Si globulus vitri fusi in aquam versetur, inferior pars, cum sit densior descendet, cumque sit etiam tenax non dividetur a superiore, atque obdurescens protrahetur in formam lacrymae, quae Batavica dici solet.

Definitio Quinta.

Matratium Bononiense habebitur si major vitreæ materiæ globus, dum in aqua descendit, flatu intromisso sic dilatetur, ut in oblongam, & intus cavam ampullam abeat.

Experimentum Primum.

Desaguillierius cum duos globos chrystallinos sumpsisset circulari superficie se contingentes, cujus diameter erat $\frac{1}{10}$ pollicis, deprehendit eos leviter compressos unciarum novemdecim vi cohærere. Musschenbroekius etiam cum ex duabus pilis plumbeis exiguum segmentum abrasisset, ut major contactus fieret, & manu compressisset pilas, cohærentiam ponderi 40, aut 50 librarum æqualem expertus est. Id ipsum in pilis integris compressis, speculis vitreis planis, laminis, aut cylindris argenteis, cupreis, ferreis &c. contingit, ut sine data vi a contactu divelli ne in vacuo quidem possint. Porro co-

cohæsio superficierum se contingentium fit major si fluidum aliquod, aut semifluidum interponatur. Cylindros marmoreos diametri circiter duorum pollicum modico sæbo interposito vi librarum 1150 cohæsisse observavit Musschenbroekius, aucta saebi quantitate vi librarum 800, & 300 quantitate ipsa adhuc aucta.

Experimentum Secundum.

Fermentationes chemicae hujusmodi sunt. Stannum, plumbumque Mercurio dissolvitur, aqua forti argentum, aqua regia aurum, aqua communi sal marinum, sal fossile &c. Si spiritus nitri Mercurio immisceatur, aut aqua oleo vitrioli &c. effervescentia oritur: & si postremae huic mixturae injiciatur limatura chalybis maxima cietur ebullitio. Quod si auro in aqua regia soluto nova aqua regia affundatur, tota simul unitur relicto auro, quod praeceps decidit. Oleum olivae aquae forti immixtum abit in corpus friable: obdurescit pariter oleum tartari per deliquium adjectum oleo vitrioli, & contusum albumen ovi cum spiritu salis mixtum &c. Denique soluto in aqua sale Ebsomensi, affusoque spiritu vini rectificato, separatur sal, & ad fundum vasis dilapsum vertitur in chrystallos. Ad chrystallisationes reduci solent chemicae vegetationes, arbor Dianae, arbor Martis, pampini Philosophici &c.

Experimentum Tertium.

Altitudines fluidorum in tubis capillaribus nullam sequuntur datam, & constantem rationem tenacitatis, & specifici ponderis. Musschenbrockius cum capillarem tubum sumpsisset, recens conflatum, 43 lineas longum, diametri minoris $\frac{1}{3}$ *lin.*, deprehendit altitudinem perpendicularem aquae *lin.* 26, alcoholis 19, olei tartari per deliquium 25, spiritus salis ammoniaci 30, vel 33 &c. Illud autem constanter observavit data longitudine tubi capillaris minorem fieri aquae alti-

altitudinem imminuendo diametrum tubi, & data diametro aquae altitudinem minorem fieri imminuta tubi longitudine. Ita cum tubi diameter esset o . 06, o . 04, o . 02, erat altitudo aquae o . 61, o . 93, 1. 85 unius pollicis, & cum esset longitudo pollicum 2, 1, altitudo erat linearum 18, 10. Vide secundum de tubis capillaribus experimentum.

L E M M A.

Data velocitate lucis determinare elasticitatem aetheris.

Lucem a Sole ad Terram octo minutis circiter propagari constat, quo tempore sonus posset per spatium 480000 pedum propagari. Est igitur lucis celeritas sexcenties fere millies major celeritate soni. Jam vero celeritates pulsuum in diversis mediis sunt in ratione subduplicata elasticitatis directe, & densitatis inverse. Itaque vis elastica ætherei medii pro ratione suæ densitatis erit ad vim elasticam aëris ut 360000000000: 1.

Corollarium.

Tanta cum sit vis ætheris mirum videri amplius non debet quod ubi radii per totam ustorii speculi, aut lentis alicujus superficiem distributi in unicum foci punctum convergant, colliganturque, æther, qui in foco est, omnium simul acceptorum lucis filamentorum vibrationes in se recipiens, intestinum motum sic auctum habeat, ut corpora objecta impellat violentissime, agitet, dividat, notissimosque alios effectus præstet.

Propositio Prima.

Si duæ utcumque exiguæ materiæ partes se tangant, cujuscumque figuræ sint, non nisi data vi a se invicem divelli poterunt: & si particulæ ita compositæ sibi propius admoveantur coalescent in ampliorem moleculam pro contactuum varietate cohærentem diversimode: atque ita porro majores sem-

ſemper, ac majores moleculæ ex minoribus aliis componi poterunt.

Dictum eſt modo vim elaſticam ætheris pro ratione ſuæ denſitatis ad elaſticitatem aeris ſe habere ut 36000000000 ad 1, ſive æquipollere ponderi Mercurii 10080000000000 circiter pollices alti. Si data igitur materiæ portio ex minoribus partibus utcumque inter ſe ſolutis, & ſe invicem tangentibus componatur, reſolvi in partes, & dividi non poterit, niſi vim ætheris ſuperando, quæ contactum tuetur, & quæ pro contactus amplitudine æqualis eſt ponderi columnæ Mercurii tantæ altitudinis: & quia quocumque modo partes uniantur inter ſe, non niſi ſuperata preſſione ætheris divelluntur, ſub qualibet figura cohærere poterunt, & inde ortæ moleculæ craſſiores, quas uſitato vocabulo moleculas primæ compoſitionis appellabimus, poterunt eſſe indifferenter cylindricæ, cubicæ, poliedricæ, vel utcumque irregulares: quia denique quocumque modo dividantur moleculæ, & ſive horizontaliter, ſive perpendiculariter, ſive ſub alia qualibet directione reſolvantur in partes componentes, dividi, & disjungi nequeunt, niſi aliquo modo æther pellatur e locis ſuis, ſub qualibet directione cohaeſio habebitur. Eamdem ob cauſſam primæ compoſitionis moleculæ diverſimode ſeſe tangere, & uniri invicem poterunt, & cohærendo moleculas ſecundæ compoſitionis exhibere: quod valebit etiam de reliquis ſimili modo coalitis tertiæ, quartae, quintae &c. compoſitionis moleculis.

Corollarium Primum.

Quia contactuum quantitates in eadem quantitate materiae, & ſub eodem etiam volumine variae eſſe poſſunt, cohaeſio, quae ex quantitatibus contactuum omnium pendet, neque volumini, neque materiae quantitati proportionalis erit. Poſſunt enim ex. gr. tertiae compoſitionis moleculae majoris denſitatis eſſe, & figurae propemodum ſphaericae, poſſunt eſſe denſitatis minoris, & cubicae figurae. In primo caſu minime inter ſe cohaerebunt ob punctuales tantum conta-

tactus singulorum elementorum, & ob majorem quantitatem materiae, quae in singulis intelligitur, etiam si vacua hinc illinc spatiola relinquantur, corpus maxime densum haberi poterit. In casu altero augebitur cohaesio ob multo plures contactus, qui in duobus cubis etiam rarioribus locum habent, minor tamen, ob minorem cuborum densitatem, evadet gravitas, & pondus.

Corollarium Secundum.

Tota igitur duorum casuum disparitas ea erit, quod in primo quidem ex maxime solidis elementis minus cohaerens corpus componetur, & corpus magis cohaerens componetur ex minus solidis elementis in casu altero: cohaesio tamen integrorum corporum, quae ex pressione aetheris profluit, aeque ac si ex attractione aliqua singularum partium proflueret, generatim major esse non debet ubicumque est major materiæ quantitas. Etenim, juxta undecimum Keillii theorema, attractio partium proportionem contactuum sequeretur. Ita ad solvendam difficultatem omnem, quam in introductione dissertationis de cohærentia corporum firmiorum adversus pressionem ætheris proposuit Musschenbroekius, satis erit casui huic nostro applicare quæ ad calcem theorematum suorum de attractionis legibus scripserat Keillius.

Corollarium Tertium.

Si primæ compositionis moleculæ, quæ omnino solidæ intelliguntur, essent figuræ sphæricæ, alia, quæ ex ipsis corpora consurgerent, cohærerent minus, & datam materiae quantitatem, sub dato spatio complecterentur: cumque sphærae cujuslibet soliditas ad soliditatem cubi circumscripti se habeat ut 157: 300, esset etiam volumen corporum ad volumen materiae solidae ut 300: 157, & medietas fere extensionis vacuae in singulis haberetur. Quia vero prima elemen-

ta corporum figuram quamlibet nancisci possunt, infinita varietas prodibit molecularum primae, secundae &c. compositionis, & ea omnis dissimilitudo explicabitur, quam in partibus suberis, spongiae, sanguinis &c. oculis etiam exhibuit Musschenbroekius *cap.* 2. *Phys. num.* 42.

Propositio Secunda.

Iisdem positis explicare caussam cohaesionis corporum.

Cartesius *par.* 2. *Princip. Philos. num.* 54., & Boylius *sect.* 4. de firmitate, dum ex sola quiete partium censuerunt oriri posse cohaerentiam, nec cohaerentiae phaenomena explicarunt, nec indicarunt plane unde nam ob solam partium quietem, quae mera motus privatio est, tanta exoriatur vis, quanta in corporum divulsione experiri solet. Qui cum Fabrio *tract.* 2. *Phys. lib.* 5. ex plexu particularum se complectentium, aut ex hamatis atomis sese irretientibus cum Gassendo *sect.* 1. *Phys. lib.* 6. *cap.* 7., aut cum aliis authoribus ex uligine, viscositate, attractione partium proficisci voluerunt firmitatem, in firmitate ipsa explicanda parum progressi sunt: cum ignota aeque sit attractio, uligo, cohaesio duorum laterum atomi, quae unci formam praeseferunt, ac sit cohaesio totius corporis. Qui denique cum Verulamio mixtionem partium diversi generis in subsidium advocarunt, minime considerarunt, quod obvium, & notum est, non hetherogenea dumtaxat corpora, ut lateres caemento interposito, sed etiam quae ejusdem sunt generis, & duo specula plana, & siccissima sibi superimposita, & gemmarum, atque adamantis particulas cohaerere. His igitur rejectis nimium errantibus opinionibus, si consideremus duriorum corporum particulas amplioribus superficiebus se mutuo tangere, & premi undique ab aethere, atque aetheris pressionem aequalem esse ponderi columnae Mercurii 1008000000000 pollices alti, imminuta etiam immaniter contactuum quantitate, ex sola elasticitate aetheris intelligemus tantam cohaesionis vim proficisci posse, quantam experimento deprehendimus. Ampliorum autem contactuum illorum evidens indicium est, quod ob-

observavit Musschenbroekius, diffracta duriora corpora exhibere superficiem aequabilem, & splendentem, caetera vero asperam, & inaequalem.

Corollarium Primum.

Hinc iis modis omnibus augebitur cohaesio, quibus contactus partium singularum augeri potest. Quo unico principio eorum omnium ratio habebitur, quae primo experimento congesta sunt: scilicet fiet major cohaesio, si aut laminae metallicae, & planae cylindrorum bases magis perpolitae sint, aut majore externa vi comprimantur, qua contactus evadant ampliores, aut fluidum aliquod interponatur, quod poris singulis aptetur, & intermedium ætherem excludat. Ad augendam vero cohaesionem quantitas interpositi fluidi, aut semifluidi minima sit oportet, ne scilicet majore numero particularum non oppletis dumtaxat poris, verum etiam planis superficiebus a se disjunctis, interjecti ætheris copia rursus fiat major.

Corollarium Secundum.

Perpendiculari cylindrorum, planorumque aliorum corporum divulsione majorem resistentiam experiri debere manifestum est: sola enim frictio asperarum partium, non vero ætheris pressio, quo nullum spatium vacuum relinquitur, superanda est dum superficies una horizontaliter supra alteram glifcit. Id etiam locum habebit in solidis quibusdam, quorum particulae ferme omnes in tot stratis parallellis dispositæ possunt intelligi, & quæ non eamdem secundum quaslibet dimensiones firmitatem præseferent. Quod si particulae omnes ita complicatae sint ut pertineant ad plura diversa strata, cohaesio ex omni parte maxima habebitur.

Corollarium Tertium.

Univerſim quia preſſio aetheris, non minus ac attractio ſingularum partium, proportionalis eſt quantitati contactuum, ut ſupra jam adnotavimus, eodem modo cohaeſio, & cohaeſionis phaenomena attractrice vi, & preſſione ætheris explicari poterunt, ut qua ratione attractionis patroni intelligunt cohaerere corpora ſecundum dimenſiones omnes, & juxta leges alias, quas inſtitutis experimentis deprehendimus, eadem poſſit intelligi cohaerere ob ſolam preſſionem aetheris. Ex ætheris autem preſſione minime illud conſequetur incomodum, quod conſequi ex attractione antea diximus: cum particulae omnes, quae ſeſe tangunt, & comprimuntur undique ab æthere, contactum ſuum, & quamlibet etiam figuram tueri poſſint, ſicuti in aëre.

Propositio Tertia.

Explicare fluiditatis cauſſam.

Quoniam magis cohaerere corpora dictum eſt ob majorem contactuum amplitudinem, oportebit plane fluidorum corporum particulas, quae vi cuicumque extrinſecus illatae cedunt, atque adeo facile diſſociantur a ſe invicem, pauciores contactus habere, & figura potius ad ſphaericam, quam cubicam accedere. Nam ſi & fluidae, & ſolidae partes aeque magnae eodem modo ſe tangerent, cohaererent eodem modo, ſive demum ex attractione, ſive ex preſſione ætheris cohaeſio omnis proflueret. Neſcio autem cur Muſſchenbroekius adverſus hypotheſim prementis ætheris id objecerit, curque eadem difficultas Jacobo Bernoullio gravis adeo viſa ſit, ut finxerit propterea partes fluidas ſeſe invicem nunquam tangere, & libere rotari in aethere partibus firmi corporis ſe contingentibus, & quieſcentibus. In utraque hypotheſi cum cohaeſio ſit proportionalis contactibus fluidae particulae ad formam ſphaericam propius debent accedere, ut in punctis paucioribus ſe tangant. In fluidis craſſioribus mercu-

cu-

curio, lacte, sanguine, sero, oleis figuram eamdem Microscopii ope deprehendimus. Eamdem in fumo carbonis Muschenbroekius, & in vaporibus Derhamus observavit. Neque tamen accuratae sphaericae in fluidis esse possunt ultimae compositionis particulae: impedit enim ne sint sphaericae ramositas illa partium, de qua antea dictum est, & qua solidis fere omnibus adhaerent.

Corollarium Primum.

Hinc primo intelligitur fluida omnia ad superficiem horizonti parallellam sese componere. Nam si binis corpusculis *B*, & *C*, *fig.* 34., incumbat corpusculum aliud *A*, atque hujus gravitas *AD* in duas portiones *AF*, *AE* resolvatur, quae perpendiculariter illa urgeant; manebunt in locis suis, aut expellentur corpuscula, prout vires perpendiculares minores, aut majores erunt ambientis medii resistentia. Primum in asperis, affusisque pulveribus locum habet. Alterum vero haberi debet, ubi adeo parvi contactus corpusculorum intelligantur, quemadmodum in fluidis moleculis esse diximus.

Corollarium Secundum.

Ipsæ autem moleculae utrum magis, aut minus in se sint solidae parum ad naturam fluidi intererit, & discrimen constituet dumtaxat flexibilitatis, & compressibilitatis. Scilicet si omnino solidae sint moleculae nulla exteriore vi difiici poterunt in minores partes, quae poros relictos occupent, & minus volumen fluidi component: secus dividi poterunt moleculae, & fluidum comprimi. Secundum in aëre obtinet potissimum, primumque in aqua, quae cum in minus spatium nulla vi adhibita reducatur, & potius per auri, & aliorum metallorum partes se insinuet, videtur ex partibus perfecte inflexibilibus constare.

Co-

Corollarium Tertium.

Ignis si accedat cohærenti corpori, aut particulas omnes a se invicem disjunget, aut aliquas tantum auferet, quæ ampliorem contactum reliquarum, & majorem cohærentiam totius corporis impediant. Corpus in primo casu fieri poterit molle, aut fluidum: in casu altero adhuc durius evadet. Obtinet primus casus in metallis, semimetallis, resinis, sulphuribus, cera, adipe, vitro &c.: secundus in creta molli, luto, corio, succino &c. quæ igni, aut calido aëri exposita obdurescunt. Majorem etiam cohærentiam cum fluidis quibusdam permixta quædam acida, & salina corpuscula impertiantur, censeri poterunt ita aptari singulis interstitiolis, ut ampliores contactus relinquant.

Propositio Quarta.

Conjicere quæ sit caussa elasticitatis.

Si comprimatur corpus pori omnes coarctari debent: si vero inflectatur, cum dilatentur pori ex parte convexa, ex parte concava simili modo debent coarctari: si denique distrahatur corpus pori quidem secundum longitudinem dilatari debent aliquantulum, at multo magis coarctari secundum altitudinem, ut etiam quo distractio est major eo propius ad mutuum contactum obversæ pororum parietes accedant. Ita vero compressione, inflexione, aut distractione coarctatis poris, quid demum fieri oportebit? Non equidem, quod confixerat Cartesius, ad arctiora pororum ostia copiosior undique exterius materia subtilis affluet, ut ea dilatando restituat in statum pristinum: cum neque ulla ratio sit cur affluat copiosius, neque etiam si affluat directiones omnes habeat, quibus comprimi corpora, & pori coarctari possunt. Neque insuper, ut senserunt, Malebranchius, Mazierius, & Bernoullius, vis centrifuga ætheris in poris clausi ulla est. Quis enim aut materiam æthercam in vortices distribui novit, aut majores vortices ex minoribus componi, & hos ex minimis aliis? Quæ caus-

caussa singulis circularem motum adjecit primitus, & usque adeo conservat invariabiliter, ut nec minores sese invicem, nec omnes simul maximum deordinent? Quod fiet igitur? In primis si corpora origine sint electrica, & per *Prop.* 1. *par.* 2. impeditam pororum communicationem habeant, æther in singulis contentus, & compressione, inflexione, aut distractione corporis redactus ad minus spatium, sublata exteriore vi, per *Coroll.* 1. *Prop.* 3. *par.* 1. in æquilibrio rursus cum æthere ambiente sese componet, & corpori figuram pristinam restituet. Hoc pacto elastica esse poterunt alia etiam corpora, quæ licet communicatione electrificari possint, ita tamen contexta sunt, ut adhuc supersint pori inter se invicem minime communicantes, aut compressione exterius habita minor fiat pororum communicatio, aut penitus auferatur. Hujusmodi esse debent metalla, semimetalla, mineralia, & partes animantium plures, membranæ, musculi, tendines &c.

Corollarium Primum.

Cæteris paribus quo densius fiet idem corpus, eo etiam melius intercludetur meatuum communicatio, & compressione habita minor aditus materiæ æthereæ relinquetur, ut hinc, atque illinc diffluendo ad æquilibrium alia ratione redeat, quam poros singulos, & totum corpus restituendo in figuram, ac statum pristinum. Idcirco magis elastica sunt metalla diutius, ac fortius percussa, & chalybs temperatus magis elasticus est chalybe adhuc molli. Eamdem ob caussam frigus minuendo volumen corporum aliquando elasticitatem auget: atque ideo instrumenta musica, ut observavit Musschenbroekius *cap.* 15. *Phys. num.* 448., hyberno tempore dulcius resonant quam æstivo. Quamvis laxata etiam textura caloris ope fieri poterit aliquando ut partes singulae perturbatissimo concepto motu se se expandendi vim majorem habeant: quod in aëre, & vaporibus potissimum contingit.

Co-

COROLLARIUM SECUNDUM.

Quæ ita contexta erunt corpora ut mutato quomodocumque pororum ordine, figura, & magnitudine communicent adhuc inter se, & liberum effluenti ætheri aditum præbeant, neque æquilibrium interioris, exteriorisque turbari sinant, ea minime omnium erunt elastica, ut creta humida, butyrum &c. contra vero elasticitatem fortius, & diutius retinebunt, quæ diutius inflexa, compressa, aut distracta, nec pervios undique habebunt meatus, nec efformari novos permittent. Postremum continget potissimum in corporibus origine electricis, atque ideo pilae ex vitro post compressionem quamlibet eadem fere vi restituuntur. Aër etiam cum ad genus eorumdem corporum accedat propius, & maximam ætheris copiam in se contineat, licet sit tenuissimus, rarissimusque elasticitatem retinet diutissime. Neque tamen elasticitatis aliorum corporum caussa est: cum in vacuo aliorum elasticitas eadem maneat, ut constat pluribus Boylii, Hauksbei, Derhami, Musschenbroekii experimentis.

PROPOSITIO QUINTA.

Si duo corpuscula a se invicem distent quam minime ita ab æthere premi debent, ut etiam propius sibi accedant, ac demum in unum confluant.

Ubi enim minime a se invicem distent corpuscula intestinus, perturbatusque interjecti ætheris motus, & vis, atque elasticitas, quæ ex motu oritur, imminuetur. Quippe etiam si tenuissimus, ac subtilissimus sit æther, non permeat tamen omnino libere poros aliorum corporum, sed latera undique urgendo, impellendoque retardationem, & resistentiam aliquam pati debet: atque ideo, ut monuimus, datum caloris, & motus gradum in partibus omnium corporum tuetur, minus cum aliis nexa ramenta abradit, effluvia in gyrum spargit, & poros corporum communicatione electrificabilium copiosius permeando, ea corpuscula avellit, & secum defert, qui-

quibus pondus electrificatorum corporum minuitur, & quæ odoris, lucis, & soni sensationem in nobis excitant. Cum igitur universim in alia corpora agat æther, & agatur vicissim, duobus corpusculis sibi invicem propius admotis, qui utrique medius superertit, retardato intestino motu minus æther agitabitur, & minorem propterea vim, atque elasticitatem præseferet. Ita vero corpuscula undique ætheri innatantia, qua parte se se respiciunt minorem, eamdemque ex partibus aliis circumfusi ætheris vim elasticam dum sentient, cedent majori vi, & propius semper, ac propius sibi accedendo ad contactum mutuum pervenient.

Corollarium Primum.

Pro varia textura corpusculorum, & componentium partium forma, densitate, ordine magis, aut minus obtundi poterit interjecti ætheris elasticitas, & motus accessionis major, aut minor fieri, aut etiam penitus insensibilis. Ignota vero textura eadem non nisi experimento defectus elasticarum virium ætheris, & inde orta attractio corpusculorum determinari poterit. Experimento autem agnovimus similes fluidorum particulas similia utrimque latera objiciendo ætheri, duas aquæ, olei, aut Mercurii guttulas ex. gr., ipsius motum magis impedire, & ad se accedere, & in unam majorem guttam coalescere. Id in pluribus etiam corporibus hetherogeneis locum habet: oleum vitrioli ex. gr. aëri expositum volitantes humidas particulas attrahit, & volumen, ac pondus auget. Vide de his Newtonum in ultima quæstione Opticæ. Aliæ fluidorum dissimilium particulæ, ut aquæ, & olei propius sibi admotæ, obtinent quidem ampliores contactus, nec tamen in unum confluunt.

Corollarium Secundum.

Aliæ omnes attractionum species eodem modo explicari poterunt. Singularis ea est, quæ sublimatio Philosophica, & vegetatio salium dicitur, quæque habetur potissimum vitrio-

li, & marini ſalis particulis in aqua diſſolutis, & poſitis cum aqua ſimul in vaſe aliquo modicæ profunditatis: quippe circa latera vaſis elevari incipiunt ſales ad ſuperius uſque labrum, & circa extimam ſuperficiem paulatim ſeſe diffundunt. Neceſſe eſt in hoc caſu ætherem vaſis lateribus, ſalinisque particulis interjectum quidpiam inteſtini motus remittere, & particulas ad acceſſum determinare. Idem de ſimilibus caſibus attractionum ſimilium dici debet. Cæteris paribus fortiores erunt attractiones corpuſculorum origine electricorum, quae cum aetheri minus ſint pervia, ut dictum eſt, majorem etiam reſiſtentiam objiciunt. Ideo cum in contactu tantum ſe trahant laminae metallicae, ſpecula vitrea plana, & ſicciſſima interpoſito etiam filo bombycino notabili vi ſe trahunt, quae duplicato, aut triplicato filo evadit minor.

Propositio Sexta.

Iiſdem poſitis afferre rationem aliquam chemicarum fermentationum.

Quoniam ex iis, quæ modo diximus, intelligitur fluidi corporis particulas verſus particulas corporis ſolidi impelli poſſe, ſi tantæ magnitudinis illæ ſint ut exiguos poros ſubeant, nec tamen ſubeant omnino libere, intelligetur etiam qua de cauſſa impetum faciant undique, texturam laxent, & totum corpus non in fruſta dumtaxat dividant, verum etiam in componentes partes, atque hetherogeneas reſolvant. Ita ſaltem rationem aliquam diſſolutionis hujus aſſequemur dum nihil omnino explicant qui dicunt attrahi particulas omnes dum ſolvuntur, & deinde repelli dum efferveſcunt, ebulliuntque, & attrahi rurſus dum in chryſtallos convertuntur. Prioribus autem principiis inhærendo citra ullam verſatilem hujuſmodi, & omnino arbitrariam vim, ſi alterutrius, aut utriuſque permixti corporis particulæ ſint elaſticae, & ejus inſuper magnitudinis, ac figuræ, ut impactu in particulas aliquas reſilire, & in alias rurſus incidere, & undique reflecti poſſint, augebitur reciprocis reflexionibus nativus calor,

lor, & diſſolutum corpus effervefcet, aut etiam ebulliet. Pro diverſa mixtarum, & ſibi invicem occurentium particularum figura, & indole, preſſione incumbentis aetheris augeri poterit aliquando aſtrictus ſingularum, & cum aſtrictu conceptus motus: poterit etiam aliquando impediri motus ut in vacuo fiat vehementior, quam in pleno aëre. Duos hoſce caſus diſtinxit optime Muſſchenbroekius *cap.* 18. *Phyſ. num.* 600. & 601: & primus quidem locum habet Mercurio cum ſpiritu nitri mixto: alter vero ſupra ferrum affuſo ſpiritu ſalis marini. Quod ſi inſuper diſſolutis corporibus corpus aliud accedat, quod uni eorum facilius adjungi poſſit, ipſi admiſcebitur, & alterum ſi ſit gravius ad fundum decidet, ſi vero levius ſuperinnatabit. Denique ſi ſubortis viciſſitudinibus aliis menſtrui particulae alicubi majores contactus adipiſcantur, & minores alicubi, abibunt in corpora datas figuras praeſeferentia, & habebitur chryſtalliſatio. Ita ſoluto in aqua ſale, ubi evaporare aqua incipit, propius ad ſe invicem accedentibus ſalium particulis ſtratum quodam exurgit in extima ſuperficie, quod aucta evaporatione fit denſius, & pondere ſuo diſpeſcitur in plures partes, quae ad fundum vaſis dilapſae craſſiores adhuc evadunt.

Corollarium.

Si partium ſingularum indoles innoteſceret, ſingillatim determinari poſſet quae corpora diſſolvi ſimul, effervefcere, ebullire debeant. Ignota autem textura partium contrario potius tramite eundum eſt, & quoniam, ut experimento ſecundo attigimus, innoteſcunt phaenomena chemicarum fermentationum, inde colligi poterit quae partes aliorum corporum poris ſubeundis aptiores ſint, reflexionibus mutuis ciendis &c. Aliarum fermentationum eadem ratio afferenda erit. Recenſeri in primis merentur, quas Clariſſ. Needham litteris ad D. Folkes datis complexus eſt, & quibus infuſo aquae ſucco amygdalarum, & ſimilibus aliis infuſionibus præſtantiſſimi Microſcopii ope deprehendit poſt dies aliquot craſſiores partes in fundo vaſis accumulari, & totum fluidum in filamenta innumera dividi, ad ſe invicem omnifariam incli-

nata, ex quorum apicibus plures globi fucceffive emergebant, & in minores alios, minorefque globulos dividebantur, quoufque oculis eriperentur omnes ob parvitatem.

Propositio Septima.

Fluidorum motus, qui in tubis capillaribus habentur, ex iifdem principiis derivare.

Si fpeculis illis vitreis, de quibus in *Coroll.* 2. *Prop.* 5. dictum eft, fubftituamus capillarem tubum, potiore ratione intelligemus minorem fore in interna parte ætheris motum, vim, elafticitatemque. Dum igitur ex utraque apertura ad tuendum æquilibrium exterior æther irruet, & interiorem comprimet, ac rediget ad minus fpatium, hic novas vires preffione adipifcetur, expandetque poftmodum fefe, & illapfum ætherem impellet, & impelletur rurfus, atque, ut folent fluida omnia elaftica, itus, & reditus breviffimos concipiet. Porro in hifce irruentis, effluentifque ætheris ofcillationibus, fi gutta aquæ per oram unam diffundatur, ab irruente æthere urgebitur, & concepto jam motu ad datam ufque altitudinem elevabitur. Quia vero capillarem tubum ingreffa ramofas partes minimis vitri afperitatibus aptabit gutta, & per totam fuperficiem partes ipfæ fuftinebunt undique fefe, ita quoque adhærere poterunt, ut neque aliis ætheris recurfibus, neque totius tubi excuffione divellantur. Idem continget fi capillaris tubus ftagnanti aquæ, aut fluido alio immergatur, cujus particulas fingulas intus rapi oportebit, nifi fluidum gravius, ac denfius fit, quam ut finitum motum ab æthere tenuiffimo recipiat. Accidit id Mercurio, qui non nifi profundius demerfo tubo afcendit aliquantulum, & femper reliqui fluidi in vafe libere ftagnantis fuperficie humilior eft. Aliorum fluidorum major, aut minor elevatio neque ex tènacitate, neque ex levitate partium pendebit omnis, fed ex levitate fimul, tenacitate, textura intima, figura, qua magis, aut minus impellatur ab æthere, & tubi lateribus fe accommodet: quo jam experiundo folum definienda fupererit elevatio, ut *exper.* 3. præftitimus.

Co-

Corollarium Primum.

Excurſus autem, & oſcillationes ætheris augeri manifeſtum eſt imminuta capillaris tubi diametro, aut longitudine dumtaxat aucta. Ita uno ictu intelligentur cætera, quæ in eodem experimento notata ſunt, & quæ cum oſtendant etiam ſuperiores tuborum partes ad elevationem fluidorum conducere aliquantulum, evertunt penitus Voſſii, & Carræi hypotheſim, qui adhærendo tubi lateribus ſpecifici ponderis detrimentum aliquod pati fluida, & ad tuendum æquilibrium altius aſcendere exiſtimarunt.

Corollarium Secundum.

Sicuti vero in tubis anguſtioribus vis irruentis ætheris eſt major, ita ſi tubus conicus adhibeatur, ad majorem altitudinem ex arctiore orificio rapientur fluida, quam ex ampliore: quod aliis Muſſchenbroekii experimentis conforme eſt. Secus accidet ſi cylindricus ſit tubus, & orificium unum admota flamma coarctetur, eodemque habito æquilibrii defectu irruenti ætheri aditus minus facilis pateat, quam antea.

Corollarium Tertium.

Si interior ſuperficies illiniatur aqua, aut fluido alio, quod communicatione electrificabile cum ſit, irruentem ætherem minus impediat, eadem fere interius imminutio vis elaſticæ, & elevatio fluidi habebitur: ut Muſſchenbroekius, aliique experti ſunt. Oleum, ſæbum, & fluida alia magis denſa, & tenacia interius affuſa elevationem alterius fluidi aut ex parte, aut etiam ex toto impedient. Aër etiam elevationem ipſam imminuet, ut fluida in vacuo altius ferantur: quod cum experimentis congruat Fabrii, Sturmii, aliorumque hypotheſim convellit, qui tuborum capillarium phænomena ex preſſione aëris oriri poſſe arbitrabantur.

Co-

Corollarium Quartum.

Cætera, quæ ad tubos capillares pertinent, ex iisdem principiis facile deduci possunt: quod retardato motu ascendant fluida: quod superficiem superius concavam exhibeant: quod aqua frigida, & calida iisdem legibus ascendat: quod idem semper fluidi pondus sustineatur, & quacumque habita tubi inclinatione altitudo perpendicularis fluidi suspensi eadem maneat: quod non amplius ascendat fluidum si tubi ex aliquo tempore confecti sint, & imminutis paulatim oscillationibus interior æther cum exteriore in æquilibrio demum se composuerit.

Corollarium Quintum.

Easdem ob caussas si cum lamina vitrea, horizontaliter posita, superior alia angulum satis acutum faciat, qua parte laminæ sese contingent elasticitas ætheris imminuetur, & horizontali laminæ affusa guttula versus anguli apicem feretur. Inde etiam aliæ leges eruentur, quas in guttulæ motu observavit Desaguillierius in notis *lect.* 1. *num.* 17: quod elevando superiorem laminam sistatur guttula, quod illa ad partes alias inclinata hæc alibi cursum dirigat &c. In duabus laminis vitreis parallellis, sibi invicem proximis, & in fluido aliquo immersis perinde est: debet enim fluidum ascendere etiam in vacuo, & pro minore speculorum distantia magis elevari, superficiemque in medio concavam exhibere. Idipsum aliam ob caussam fiet circa liberos vasorum margines: videtur enim exundantiam liquorum ad latera ab adhaesione partium dumtaxat, & decremento specifici ponderis pendere.

Propositio Octava.

Conjicere quæ sit caussa vegetationis.

Clariss. Hales ad calcem *cap.* 4. illius operis, quo vegetabi-

tabilium œconomiam tanta experimentorum diligentia, & delectu exposuit, plantarum semina, & plantas ipsas consideravit veluti contextum quodam infinitorum capillarium tuborum, vesicularum, glandularumque. Terram deinde, cui radices plantarum infiguntur, animadvertit humido ita abundare, ut juxta 18. experimentum pes cubicus terræ quilibet fovendis seminibus, & plantis nutriendis septem aquæ libras suppeditare possit, antequam præstando nutritionis muneri fiat impar. Denique *experiment.* 46. consideravit in intima seminum, plantarumque substantia, & terra, cui incumbunt, non modice agere calorem Solis, & 20. *exper.* exhibuit caloris gradum fovendis, conservandisque plantis singulis necessarium. His positis quam primum sufficiens caloris gradus expandet defossum semen, poros ampliores reddet, aqueasque particulas rarefaciet, imbibetur iis particulis semen, & maxima vi inflatum radices deorsum aget, & ramos sursum. Neque vero cum supra terram eminere incipient rami finem idcirco facient particularum aquæ imbibendarum. Quia sese evolvens planta, communicatione electrificabilis cum sit, poros etiam liberiores, & inter se magis communicantes habeat oportet; internis parietibus pororum, quasi tuborum totidem capillarium adhærebunt undique aqueæ particulæ, & caloris beneficio adhuc specifice leviores fient, & a circumambiente fluido impellentur altius, atque altius semper, ad eas usque vesiculas, ac veluti receptacula, in quibus majore in copia possunt recipi. Porro qui receptaculis inserti sunt capillares tubi similiter nutritio succo imbibentur, & ad alia usque receptacula transmittent succum, atque hæc ad alia rursus, & ad quamlibet altitudinem. Hoc suo excursu alias successive, atque alias formas induet succus ipse, & continuæ transpirationis vi in vapores abeuntibus partibus levioribus in densiorem, glutinosamque substantiam illam abire poterit, quæ toti plantæ nutritioni, & augmento sit. In intima medulla excursus, & succi præparatio fiet copiosior, ut Borellus observavit *par.* 2. de motu animalium *cap.* 13., & pluribus confirmavit Hales *exper.* 123: est siquidem medulla spongiosum corpus innumeris capillaribus tubulis refertum.

Co-

Corollarium Primum.

Pro varia internarum partium ſtructura, & forma diverſimode excurret ſuccus, & plantae variam figuram praeſeferent. Jam vero etiam ſi lateraliter, & oblique ſuccus diffundi poſſit aliquo modo, ut fert 40 authoris ejuſdem experimentum, plura tamen diaphragmata lateralem hanc diffuſionem maxime impediunt, ut fert *exper.* 123. Itaque longitudinales plantarum fibræ vegetationi in longum promovendæ aptiores erunt, & plantæ in longum magis excreſcent.

Corollarium Secundum.

Seſe evolvente plantarum ſemine, & delineatis jam in embrione ramis creſcentibus paulatim, qui propiores radicibus, & majori trunco inſerti erunt, majorem cæteris paribus ſucci nutritii copiam trahent, magiſque, ac citius vegetabunt. Inde ramorum proportionem, & parabolicam formam plantarum, quæ ſolæ ſunt, explicavit Haleſius *cap.* 7., atque etiam rationem attulit cur ſi plures ſibi invicem ſint propiores, ut in ſilvis contingit, humilioribus frigeſcentibus ſuperiores tantum, qui in libero aëre magis caleſiunt rami, ſucco nutritio magis imbibantur, plantarumque altitudo evadat major.

Corollarium Tertium.

Cæteris etiam paribus aucta tranſpiratione fiet denſior nutritius ſuccus, & plantis alendis aptius. Secus fiet deficiente tranſpiratione, & ſi humidi reſidui copia ſit major. Inde oritur quod e planta avulſi fructus, avolantibus undique partibus rarioribus, noviſque a planta non advenientibus, citius ad maturitatem perveniunt. Plura etiam alia inde pendent, quæ idem author nitide expoſuit *exper.* 46.

Co-

Corollarium Quartum.

Quod si vero caloris vi, adhæsione partium, defectu specifici ponderis nutrientes succi in minimis plantarum meatibus compelluntur altius, non poterunt non ascendere, & regredi, & falsum erit, quod nonnulli asseruerunt, in plantis æque ac animantibus humores circulum suum absolvere: nisi ipsi circulationis vocabulo intellexerint vicissitudines quasdam motuum, quibus fit ut calidiore, & diurno tempore copiosius ascendant succi, frigidiore vero, & nocturno densiores facti, pondere suo refluant veluti, & aliquantulum relabantur. Inde est quod inferiores Leucanthemi, aliarumque plantarum insitarum partes colorem a superioribus mutuentur, & quædam insita plantis, quibus inhærent, nocumento sint.

Corollarium Quintum.

In animantium corporibus cum caussis omnibus, quæ in plantarum vegetatione locum habent, vis illa accedat, qua humores eundo, & redeundo circulum suum absolvunt, facilius vegetatio, & nutritio omnis intelligetur. Partium structura, amplitudo, & ordo vesicularum, sinuum distributio, & positio in primis diaphragmatum dilatationem ex una parte majorem facient, quam ex aliis. Ossium medullæ, quæ in animantibus non minus spongiosæ sunt, quam in plantis, excipiendis, præparandisque humoribus conducent maxime, quamdiu saltem humoribus ad medullas aditus pateat. Idcirco est quod nutriuntur, & crescunt ossa, quorum glutinosa, & ductilis extremitas nutrientibus particulis pervia est, quodque ubi ipsa etiam extremitas in os transit vegetatio omnis desinat. Lege 123 jam memoratum experimentum.

Propositio Nona.

Explicare fracturas quasdam vitrorum.

In primis quia pro diversa crassitie percussa vitra tonos diversos referunt, & celeriores, aut tardiores concipiunt minimarum partium vibrationes, manifesta erit eorum ratio, quæ in comparandis poculis artifices curare solent, ut scilicet ubique eamdem crassitiem habeant: secus ictu etiam minimo impresso, & excitato sono, dum vibrationibus hetherochronis abripientur particulæ, facile admodum dissilient vitra, & chrystalli, ut contingit sæpe sæpius. Id in Matratio Bononiensi potissimum valere debet, cum alia fundi, alia laterum crassities sit, cumque intimæ etiam fundi particulæ tardius frigescendo, quam frigescat exterior superficies, in varias fibras diversæ indolis obdurescant. Idcirco est quod exterior eadem superficies, in qua omnes partes ad modum fornicis sese sustentant, cum quoscumque ictus sustineat, minimis frustulis ex adamante, vitro, saphiro, carniola, achate, smaragdo, silice &c. intus cadentibus, ut concava superficies rimas agat, discerpitur Matratium. Idem potiore jure in lacryma Batavica locum habet: dum enim in aqua obdurescit exterior superficies, expansa adhuc, & fervens remanet interior pars, nec potest nisi postmodum & paulatim frigescere, & contrahere undique sese, & in plures fibras maxime rigidas, & tensas dividi, ut propterea disrupto pedunculo omnes simul fibras comminui, & conteri in frusta necesse sit.

Corollarium Primum.

Ad promptiorem, validioremque fracturam guttarum, & ampullarum conducet major fundi crassities, aut majus potius crassitiei in fundo, & lateribus discrimen. Hoc enim ipso magis inter se different vibrationes, quæ possunt in partibus singulis excitari. Idcirco Laghius ampullam cote cum attenuasset, quemadmodum in Batavicis guttis Redium fecisse legimus, & fundum ad subtilitatem summam redegisset,

im-

immiſſo ſilice rimas quidem ea duxit, ſed pauciores, nec tanto cum fragore. Sicuti vero quæ ſolidioris fundi ampullæ ſunt longe melius videntur frangi, ita minor puritas vitri, quæ inæqualitates plures relinquat in frigeſcente ampulla ad fracturam ipſam conducet.

Corollarium Secundum.

Si in aëre frigeſcant lacrymæ, lente admodum, & æqualiter frigeſcent, & fibræ omnes eadem lege condenſatæ nec tantæ diſtractionis erunt, nec pedunculi diſruptione adeo pati poterunt. Id ipſum in ſuis Matratiis obſervavit Laghius, qui cum carbonibus accenſis impoſuiſſet ampullas, & reſtinctis carbonibus ſiviſſet poſtmodum frigeſcri, immiſſo ſilice nullam labem habere potuit. Patet autem ex vario vitrorum ingenio, compoſitione, & ſtructura partium oriri, quod non ex omnibus vitris phænomeno idoneæ ampullæ, & lacrymæ comparentur.

Corollarium Tertium.

Aër, qui exterius premet lacrymas diviſionem partium, diſruptionemque pro quantitate ſuæ preſſionis impediet, atque ideo ablato aere in recipiente Antliæ Pneumaticæ melius frangentur guttæ, & in fruſtula minutiſſima abibunt. Ob eamdem rationem fortius diſſilient ampullæ interius vacuæ, & in vacuo conſtitutæ. Cætera, quæ ad ampullas pertinent, & quæ nitide expoſuit Laghius *Comment. Bon. to. 2. par. 1.* ex iiſdem principiis facile deduci poterunt.

Propositio Decima.

Conjicere quæ ſit geneſis, & cauſſa nubium procelloſarum.

Non enim calore Solis, aut ventis, aut aliis aëris mutationibus procelloſas nubes excitari ex eo colligitur quod autumnali, & hyberno tempore tonitrua, & fulgura haberi poſ-

sint, ut Pisis etiam contingit sæpe sæpius, quodque tranquillo penitus aëre suboriantur procellosæ nubes, & ipsa Atmosphæræ tranquillitas familiare imminentis procellæ indicium sit. Aliunde vero, cum Terræ circumpositus undique sit æther, intelligitur facile in Terræ sinu, in extima superficie, in liberis Atmosphæræ regionibus ejusdem ætheris æquilibrium pluribus de caussis turbari posse, æthereos ventos aëreis similes excitari, & nubes, quæ ex aqueis partibus communicatione electrificabilibus coalescunt, aliquando æthere magis imbui, ut in catena, & aliquando, ut in machina magis destitui. Id procellosis nubibus contingere vicissitudo motuum electricis similium plane indicat. Cum enim nubes, quæ aquam deferunt, lente, & tranquille admodum progrediantur, expandanturque uniformiter; cæteræ quæ grandines, quæ turbines, fulgurque devehunt, ex improviso veluti apparent, impingunt versus se invicem, & post contactum resiliunt, reflexionesque, ac motus hosce reciprocant, quousque simul conjungantur, & unum veluti corpus electricum componant. Corpore aliquo electrificato duo inter tintinnabula suspenso perinde est. Sicuti etiam aliis corporibus electrificata corpora accedunt propius, ita ad vertices montium se deferunt procellosæ nubes, atque ibidem agglomeratæ procellas plures, & vehementiores exhibent. Demum si prope virgam aliquam ferream pice, aut aliis corporibus origine electricis circumdatam nubes transeant, electricitatem virgæ communicant, ut tacta scintillas edat, minima corpuscula attrahat, & repellat &c. Huc redeunt celeberrima experimenta, quæ Pensilvaniæ in America a Franklinio antea instituta sunt, tum vero undique per Europam nostram recognita. Iis sunt analoga, quæ circa ignes summitatem mali lambentes jam diu nautæ observaverant, quæque de facibus hastas ferreas Pucinæ turris procella aliqua jam imminente illustrantibus in lucem edidit Blanchinus.

Corollarium.

Admoto acuto, aut plano corpore virgæ illi ferreæ, qua par-

parte acuta, aut plana eſt, dignoſci poterit virgae, & nubium electricitas. Animadvertit autem Beccaria aliquando ex acutis partibus conum lucidum, aliquando ſtellulam educi ea lege, ut ſi acutum corpus virgae accedendo, qua parte plana eſt, educit conum, corpus planum parti acutae admotum exhibeat ſtellulam, & vice verſa: quod indicat aliquando exceſſu, & defectu aliquando electrificari nubes. Porro quia aliis etiam nubibus accedentibus, & non procelloſo quidem, ſed pluvio dumtaxat tempore virga quandoque electrificatur, conjici poſſet generatim nubes alias minoribus aequilibrii ætherei viciſſitudinibus haberi, ſimilem tamen omnium eſſe geneſim.

Propositio Undecima.

Geneſim fulminis explicare.

Si eodem modo intelligamus accidentalem aliquam ob cauſſam alicubi ætherem accumulari, & deficere alicubi, & loco utrique vapores plures, aut nubes, aut quævis corpora communicatione electrificabilia interjecta eſſe, intelligemus etiam a loco ad locum violentiſſime redundantem ætherem vibrari, transjicere interjecta corpora, & breviſſimam ſemitam eligere, quæ per corpora ipſa tranſeundo abſolvi poteſt. Simili fere ratione dum ſuperior Frankliniani quadri ſuperficies exceſſu electrica eſt, & inferior defectu, ſcintillam educendo impetus, ac vis ætheris ab una ad alteram irruentis breviſſimo tramite dirigitur per partes ſingulas, quibus homines ſeſe contingunt. Pariter ſi ſupra ceræ diſcum metallici plures globuli collocentur, ut lineæ centra omnia conjungentes ſerpentinam ſemitam conſtituant, & quo tempore primus globulus admovetur propius catenæ ultimus digito tangatur, ſcintilla aduſque digitum per globulos ſingulos excurret. Porro ſi hæc eadem lex in ſerpentina directione fulminis locum habeat, mirum amplius non videbitur quod quædam corpora pervadat fulmen aliis propioribus relictis, enſem ſolvat ex. gr. vagina intacta, oculos feriat non læſo reliquo corpore &c. Cætera vero ſcintillæ electricæ, & fulmi-

minis phænomena ſimilia ſunt: ſicuti enim ſcintilla inflammat corpora inflammabilia; ita etiam fulmen quæ invadit combuſtibilia in fumum, ac cineres reſolvit. Scintilla evaporationem corporum auget, ſenſibilem odorem ſpargit, fundit tenuiſſimas auri, & aliorum metallorum partes: & fulmen etiam liquores in vaſe contentos diſſipat, odorem pro varietate locorum varium effundit, & quæ ſubit metalla ſolvit, diſſipat, abſumit. Scintilla occiduntur volucres, & fulmine intereunt homines, atque in hominibus fulmine ictis interius eadem ſigna deprehenduntur, quæ in volucribus ſcintilla electrica percuſſis. Singulares hacce in re obſervationes celeberrimus Wanswieten Bammacario per litteras communicavit.

Corollarium Primum.

Itaque fulmen ſpectari poterit quaſi ſcintilla, quæ ex electrificatis nubibus educitur tanto majore impetu, ac vi, quanto cæleſtis, ac naturalis electricitas artificiali, & terreſtri validior eſt. Si electricorum ignium vires voluminibus proportionales eſſe cenſeamus, quoniam ſcintilla, cujus diameter apparens ſit lineæ unius, vitreum tubum frangit, intelligemus tres illos globos, quorum in Monumentis Pariſienſis Scientiarum Academiæ anni 1719 meminit des Landes, & qui apparentem diametrum exhibebant *lin.* 504., ſingulos habuiſſe vim 128034064. majorem, eam ſcilicet, qua potuerint domos disjicere, lapides propellere &c.

Corollarium Secundum.

Si reliqua etiam, quæ artificialiter exhiberi ſolent, longe majore impetu, ac vi in liberrimis noſtræ Atmoſphæræ ſpatiis contingere ſtatuamus, aliorum plurium phænomenorum cauſſam aſſignabimus. Sic quoniam ex anguloſis electrificatæ catenæ partibus ſatis ampli lucidi coni emergunt, ex nubibus aliquando ea poterit lux educi, quæ ad plures gradus extendatur, & totum cælum videatur occupare. Vis, qua in

in se invicem impingent nubes, & qui ex impactu orietur fragor, & tonitru tanto excedet fragorem scintillæ electricæ, quanto major est nubium sibi occurrentium amplitudo, & vaporum, quibus coalescunt, elasticitas.

Propositio Duodecima.

Explicare alia Meteora.

Post electrificationem aquæ guttula sal tritum attrahit, atque inde firmitatem aliquam adipiscitur, ut Clariss. Beccaria observavit *cap.* 2. de naturali electricitate. Si in nubibus maxime procellosis idem copiosius fieri intelligamus rationem sufficientem habebimus, propterquam maximam salium, nitrorumque per Atmosphæram effusorum copiam trahentes nubium particulæ in nivem, & etiam grandinem abire possint.

Pariter si ex virgæ ferreæ, & electrificatæ extremo pendeat aquæ guttula, & in distantia unius pollicis inferius vas aqua plenum constituatur, assurgit aliquantulum aqua, quæ inferius in vase est, gutta, quæ pendet, oblungatur, editur scintilla, & crepitus. En marinæ tubæ, & tiphonis simillimam imaginem. Hæc ergo etiam phænomena validissimæ electricitatis speciem, atque indolem præseferunt.

Denique variationes lucis, jactus, spectacula, quæ Aurora Borealis exhibet, iis sunt similia, quae artificiali electricitate exhiberi solent in vacuo Boyliano. Quia alte etiam supra terrestrem superficiem adhuc aliquis aër rarissimus esse debet, ætherea vero, atque electrica materia ubicumque locorum diffusa est, ut jam diximus, corruet primum, atque alterum ex quinque iis argumentis, quae in opere eximio de Aurora Boreali Mairanus huic hypothesi opposuit. Pauca alia ad rem nostram sufficient: primo aerem, &, quae aëri immisceri solent, particulas hetherogeneas in Terram, Solem, ac Lunam graves, & circa Terram diurno motu revolutas fluere, & refluere perpetuo, iisque in locis, quibus ad perpendiculum insistunt Luminaria, elevari primum, tum Luminaribus progredientibus decurrere ab Æquatore ad Polos, atque ibidem in novum aërem, & particu-

culas alias impingere: deinde ipsa, particulas in locis adeo diversis diversimode imbui materia electrica, & diversum electricitatis gradum praeseferre: tertio particulas in se impingentes, & electricitatis gradu dissimiles electrica signa omnia dare oportere. Primum analogia nostrorum marium colligitur, & universalis, ac mutuae gravitatis legibus conforme est. Alterum iis experimentis ostenditur, quae in cervis volantibus institui solent, & quibus compertum est cervos ad diversas altitudines diversis temporibus in aëre elatos diversum etiam electricitatis gradum concipere. Tertium ex his duobus, & ex toties dictis consequitur.

Corollarium.

Cum aër hyberno tempore in regionibus Borealibus sit densior, & excitandis electricitatis phaenomenis magis aptus, Aurora etiam Borealis conspicietur frequentius hyberno tempore, & quando Terra in Perihelio orbitae suae est. Ita tertium, & quartum Mairani argumentum solvitur. Quinto satisfit varietate, & dissimilitudine particularum in se invicem impingentium, impactuque exhibentium varia columnarum, arcuum, coronarum &c. phaenomena. Porro cum observante Musschenbroekio ad Auroras Boreales reducantur ignes veterum, caprae saltantes, virgae, trabes, vasa, antra &c., eadem omnium erit ratio. Singula in superioribus Atmosphaerae regionibus cum fiant, sine ullo sensibili strepitu, & fragore habebuntur.

S C H O L I O N.

Perpetua, & constans ætheris ab Æquatore ad polos decurrentis circulatio ex phænomenis etiam declinationis, & inclinationis magneticæ deduci poterat. Notum est enim magnetem libere suspensum altera sui parte Boream, altera vero Austrum respicere, & in regionibus Borealibus, qua parte Boream respicit deprimi infra horizontem: quod nonnisi fluidi alicujus vi, & communi directione motus fieri posse vi-

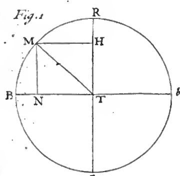
videretur. Fluidum etiam magneticum, electricumque idem esse ex eo videtur colligi quod acus chalybeæ scintilla electrica percussæ imbuantur magnetica virtute non minus ac si alteri magneti propius admoverentur. Verum qui peculiaris ætheris motus, quæ pororum ferri, & chalybis dispositio, quæ constitutio terrestris nuclei esse debeat, ut attractio, repulsio, communicatio, & directio magnetica explicetur, nimis ignotum est. Inprimis enim cum constet vigesimo quinto Musschenbroekii experimento magneticam virtutem sine sensibili decremento transfundi etiam per vitreas capsulas, quibus magnes recluditur, & quae progressum aetheris impediunt, non nisi rarior, subtiliorque pars aetheris in partem phaenomeni vocanda erit. Deinde vero cum communicatione electrificabilis sit magnes, & poros undique pervios aetheri, apertosque habeat, non nisi quidam pori superunt penitus ad arbitrium in partibus insensibilibus configendi, qui datam formam obtineant, & qui disponi, & dirigi ab aethere, & data directione facilius pervadi debeant. At quae hujusmodi directio, & forma erit? Cartesius magnetis poros ad modum cochlearum excavatos intus, & rectilineos, subtilissimæque materiæ particulas totidem cochleas foeminas esse censuit, quae ex una parte poros subeundo circumvolverentur, & ex altera emergerent. Daniel, & Johannes Bernoullius ex fibris tensis, elasticis, & parallellis vibratorio motu undique abreptis magnetem compositum esse voluerunt, ita ut dum alternatim eunt partes aliæ, & aliæ redeunt, & sinus plurimos relinquunt, arctato uno dilatetur alter, & ex uno in alterum æther transeat. Hugenius, du Fay, Eulerus, du Tour, aliique suspicabantur minimos magnetis poros, & subtiliori aetheri dumtaxat pervios, villosos esse, & plurimis filamentis obsitos, quasi diaphragmatis, quos cum aether ingressus sit regredi amplius non possit. Ita vero casui fortasse, & imaginationi nimium tribuitur. Qui plura hacce in re desiderat, adeat dissertationes, quae anno 1743 a Regia Parisiensi Academia praemium obtinuerunt: Nos enim piget similitudine tantum veri, & conjecturis Physicis diutius immorari.

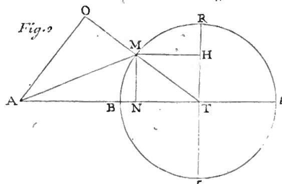
Pag.	lin.	*ERRATA*	*CORRIGE.*
4	18	æbet	debet
5	35	diſſentionis	diſſenſionis.
12	9	N	$4\,N$
15	8	ad quantitatem	ad differentiam.
16	22	A	$A4$
21	23	etur $=$	etur $\omega =$
22	7	Duco	Dico.
26	1	$A^2 . A C^2 . v$	$A^2 . AC3 . v$
30	21	$M\ O$	$X\,O$
31	4	$\frac{-2Tg\ ..\ TX^2}{aT^2}$	$\frac{-2Tg\ .\ TX^2}{aT}$
31	16	*Prop.* 3.	*Prop.* 13.
33	3	$aT . TX - \frac{4}{3}TXs$	$aT^2 . TX - \frac{4}{3}TX3$
35	17	$-a^2 - B^2 b$	$-B^2 b$
40	20	$\varphi\ a^2 A$	$\frac{4}{15} p\ \varphi\ a3\ A$
40	13	$\surd(1\ \pi^2)$	$\surd(1 - \pi^2)$
53	10	VTu	VTv
57	15	$\frac{PT . Ss}{2ST} = \frac{STs . PT^2}{2ST^2}$.	$\frac{PT^2 . Ss}{2ST} = \frac{STs . PT^2}{ST^2}$
59	4	que	quæ
63	18	$\frac{5\,Ma^2 ds}{4Sdt^2}$	$\frac{5\,Mds}{4Sa^2dt^2}$
69	3	$\pi\surd(1 - l\,2)$	$\pi\surd(1 - \pi^2)$
	4	$(-l^2)\,dq$	$(1 - l^2)\,dq$
76	14	$18\frac{7}{8}$	$18\frac{7}{12}$
78	15	$\frac{\pi\ .\ 14^{II}\ 42^{III}}{\pi\surd(1-\pi^2)}$ . . . . ,	deleatur
79	6	$14^{II}\ 37^{III}$	$14^{II}\ 42^{III}$
81	11	$\frac{1}{2}\ 7^{II}$	7^{II}
99	1	$x^2 + y^2$	$a^2 + y^2$
101	1	$=(2bx - x^2)$ . . .	$-(2bx - x^2)$
	2	$\frac{\varphi}{x^2} +$	$\frac{\varphi}{x^2} =$
102	21	fore	forent
103	17	varior	rarior
105	16	$(x^2 + y^2)$	$3(x^2 + y^2)$

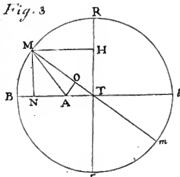
106	2	$x\,d\,a$	$x\,d\,x$
107	2	$c\,a\,x^2y^2a_2$	$c\,a\,x_2\,y_2$
	9	g^2	y^2
110	12	$\left(x^2+y^2\,\frac{1}{2}\right)$	$\left(x_2+y^2\right)^{\frac{1}{2}}$
111	1	$\mp$	$+$
112	2	$\frac{c\,a3}{y}$	$\frac{c\,a3}{g}$
		$-c\triangle a\,x^2$	$2c\triangle a\,x^2$
		$\overline{\quad}$	$\overline{\quad}$
	5	$-2\overset{g}{\triangle}a3y^2$	$+2\overset{g}{\triangle}a3y^2$
	6	$-g\,n3\,y^2$	$-g\,n3\,x^2$
114	13	$\frac{2p\,n4\,b\,s_2}{15\,z3}$	$\frac{2p\,n_4\,b\,s_2}{5\,z_3}$
	14	$\frac{c\,t^2\,n^2}{5\,z}$	$\frac{c\,t_2\,n_2}{g\,z}$
114	12	$2p\,c\,i^2\,n$	$2p\,c\,t^2\,n$
116	28	Hydronamicæ	Hydrodinamicæ.
122	13	$6\,r^2\,y\,n$	$6\,r_2\,g\,n$
144	34	habænt	habent.
145	11	punctum *D*	punctum *B*
158	18	ctiam	etiam.

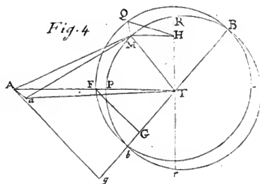
quædam, alia, quæ exciderunt, menda ex se lector benignus corriget.

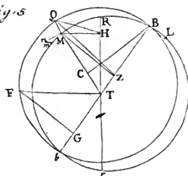


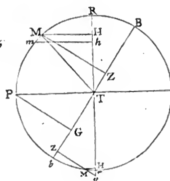

Fig. 1
R
M
H
B
N
T
b
r

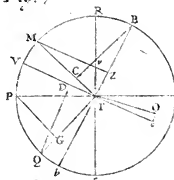

Fig. 2
O
R
M
H
A
B
N
T
b
r

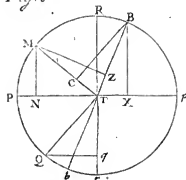

Fig. 3
R
M
H
O
B
N
A
T
b
m
r

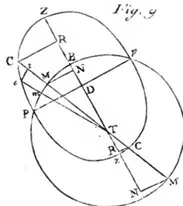

Fig. 4
Q
R
B
H
M
A
F
P
T
a
G
b
g
r

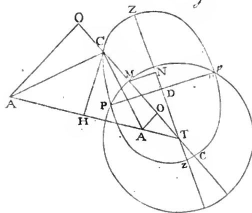

Fig. 5
Q
R
B
L
H
M
C
Z
F
T
G
b
r

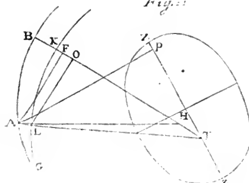

Fig. 6
R
B
M
H
m
h
Z
P
T
G
z
b
H
v

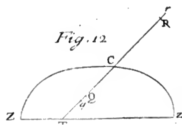

Fig. 7
R
B
M
V
C
v
Z
P
D
T
O
c
G
Q
b
r

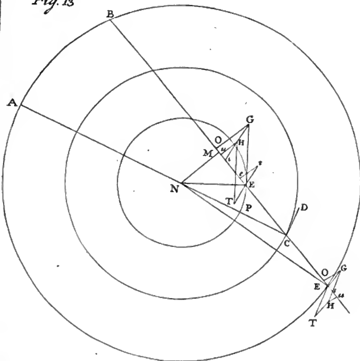

Fig. 8
R
B
M
Z
C
P
N
T
X
p
Q
q
b
r

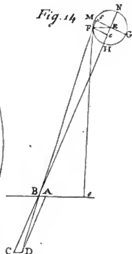

Fig. 9
Z
R
C
B
N
p
M
D
m
P
T
R
C
z
N
M

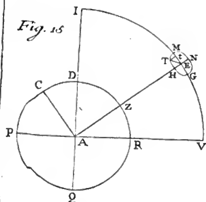

Fig. 10
O
Z
C
M
N
p
A
D
P
O
H
A
T
z
C

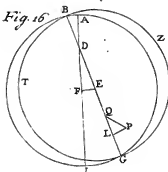

B
K
F
O
Z
P
H
A
L
T
G
z

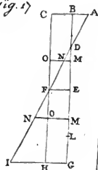

Fig. 12
r
R
C
Q
q
Z
T
z

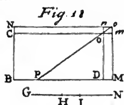

Fig. 13
B
A
G
O
H
M
N
E
T
P
D
C
O
G
E
H
T

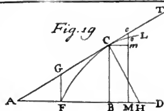

Fig. 14
M
N
F
G
H
B
A
C
D

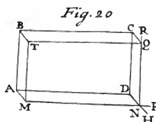

Fig. 15
I
M
T
N
E
H
G
C
D
Z
P
A
R
V
Q

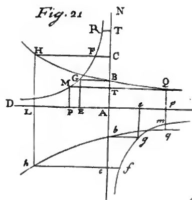

Fig. 16
B
A
Z
D
T
E
F
Q
P
L
G
I

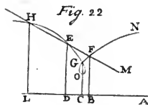

Fig. 17
C
B
A
D
O
N
M
F
E
N
O
M
L
I
H
G

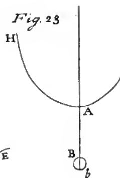

Fig. 18
N
n
o
C
m
o
B
P
D
M
G
H
I
N

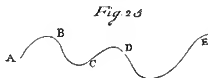

Fig. 19
T
c
L
o
C
m
G
A
F
B
M
H
D

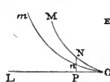

Fig. 20
B
C
R
T
Q
A
D
M
N
P
H

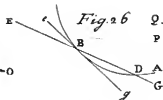

Fig. 21
N
R
T
H
F
C
M
G
B
Q
T
D
L
P
E
A
e
p
m
b
g
q
h
c
f

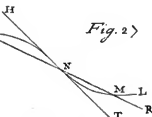

Fig. 22
H
N
E
F
G
O
M
L
D
C
B
A

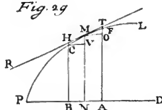

Fig. 23
H
A
B
b

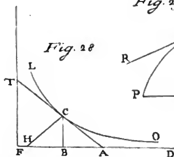

Fig. 25
B
A
C
D
E

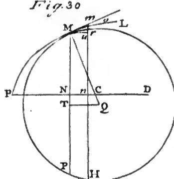

Fig. 24
m
M
N
n
L
P
O

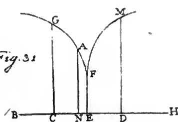

E
e
Fig. 26
B
D
A
G
g

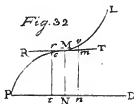

Q
O
H
P
Fig. 27
N
M
L
T
R

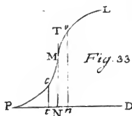

Fig. 29
T
M
F
H
O
C
V
L
R
P
B
N
A
D

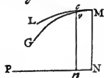

Fig. 28
L
T
C
H
O
F
B
A
D

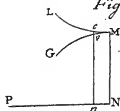

Fig. 30
m
M
v
L
u
r
P
N
n
C
D
T
Q
P
H

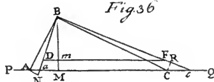

Fig. 31
G
M
A
F
B
C
N
E
D
H

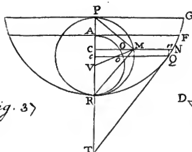

Fig. 32
L
R
M
T
P
N
D

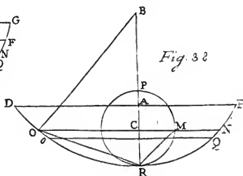

L
T
M
Fig. 33
P
N
D

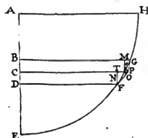

Fig. 34
L
M
G
P
N


Fig. 35
L
M
G
P
N


B
Fig. 36
D
m
F
R
P
A
N
M
C
Q


P
G
A
F
C
M
N
V
Q
R
Fig. 37
T


B
Fig. 38
P
D
A
F
C
M
O
Q
R


Fig. 39
A
H
B
M
G
C
T
P
D
N
O
F
E

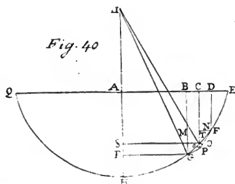

Fig. 40
Q
A
B
C
D
E
M
N
T
F
S
P

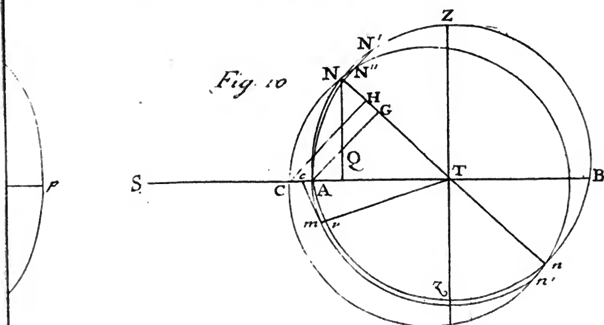
Fig 2

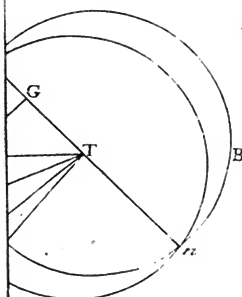
Fig 3

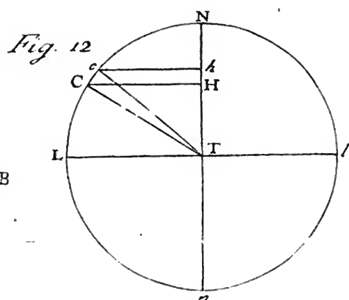
Fig 5

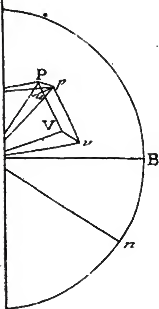
Fig 6

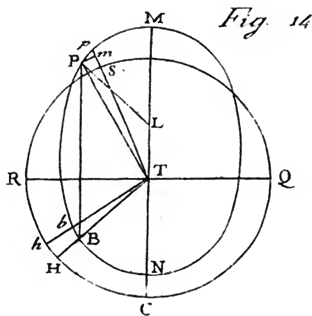
Fig 8

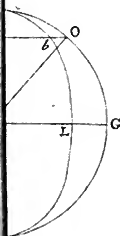

Fig. 10
Z
N'
N
N''
H
G
Q
S
C
c
A
T
B
m
v
n
n'
z
p

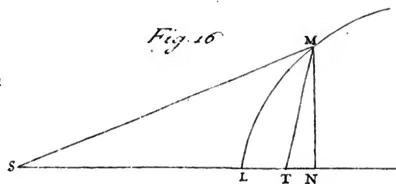

G
T
B
n

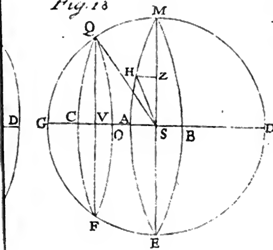

Fig. 12
N
c
h
C
H
L
T
l
n

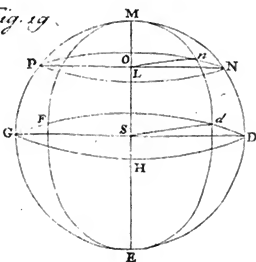

P
p
V
v
B
n

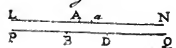

Fig. 14
M
p
m
P
S
L
R
T
Q
b
h
B
H
N
C


O
b
L
G


Fig. 16
M
S
L
T
N


Fig. 18
M
Q
H
Z
G
C
V
A
O
S
B
D
F
E


Fig. 19
M
P
O
n
N
L
F
d
G
S
D
H
E


Fig. 21
L
A
a
N
P
B
D
Q


H
C
D
M
N
A
B

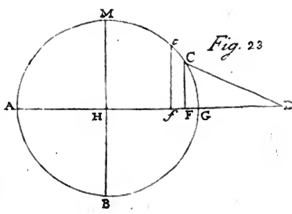
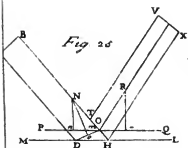
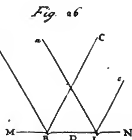
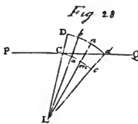
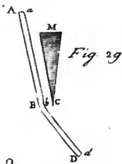

M
Fig. 23
c
C
A
H
f
F
G
B

Fig. 22

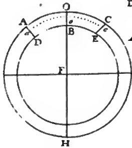

Fig 25
B
V
X
N
R
T
O
P
Q
M
D
H
L

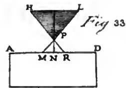

Fig 26
A
a
C
c
M
B
D
L
N

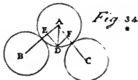

Fig 28
D
b
P
C
d
Q
L


A
a
M
Fig 29
B
b
C
D
d


Q
S


O
A
C
B
D
E
Fig 31
F
H


H
L
Fig 33
P
A
D
M N R


Fig 34
A
E
F
D
B
C

